

BA SCHOOL OF BUSINESS AND FINANCE

**Jekaterina Kuzmina**

**USAGE OF RISK MEASURES IN MANAGEMENT  
OF INVESTMENT PORTFOLIOS:  
CASE OF INSURANCE COMPANIES**

Summary of the Doctoral Dissertation

Discipline: Management Science  
Sub-Discipline: Business Administration

Research supervisor:  
Dr. math., Professor **Gaida Petere**

Riga 2011

Kuzmina, J. Usage of Risk Measures in Management of Investment Portfolios: Case of Insurance Companies. – Riga, 2011. – pp. 88.

Printed in accordance with the resolution confirmed by the RISEBA Promotion Council as of June 16, 2011; minutes 13-3/2.

This work has been supported by the European Social Fund within the project “Support for the implementation of doctoral studies at BA School of Business and Finance”.



## DOCTORAL DISSERTATION PROPOSED TO THE BA SCHOOL OF BUSINESS AND FINANCE FOR THE PROMOTION TO THE DEGREE OF DOCTOR OF BUSINESS ADMINISTRATION

The Doctoral dissertation has been developed at the BA School of Business and Finance. The defending of the Doctoral Dissertation will take place during an open meeting of the RISEBA Promotion Council on September 23, 2011; Riga, Meza street 3 at 3:00 p.m. in the room 214.

### REVIEWERS

**Jānis Vucāns**, prof., Dr. math., Ventspils University College (Latvia)

**Natālija Lāce**, prof., Dr. oec., Riga Technical University (Latvia)

**Irena Mačerinskienė**, prof., Dr. oec., Mykolas Romeris University (Lithuania)

### CONFIRMATION

I hereby confirm that I have worked out this Dissertation that has been submitted for review to RISEBA for the promotion to the degree of Doctor of Business Administration. This dissertation has not been submitted to any other university in order to receive any scientific degree.

Jekaterina Kuzmina

August 8, 2011

The Doctoral dissertation is written in English, and consists of an introduction, 4 parts, conclusions and proposals, 3 annexes, and the total page count is 141. The Bibliography contains 251 sources of references.

The Doctoral dissertation and Summary are available at the Library of RISEBA and online [www.riseba.lv](http://www.riseba.lv)

To submit reviews please contact the secretary of the RISEBA Promotion Council Loreta Losāne, RISEBA, Meza street 3, Riga, LV-1048, Latvia. E-mail: [loreta.losane@riseba.lv](mailto:loreta.losane@riseba.lv). Fax: +371 67500252. Tel.: +371 67807234.

ISBN 978-9984-746-12-8

## **INTRODUCTION**

### **General Essence and Topicality**

In Latvia, financial portfolios are mainly held by banks, insurance companies, pension funds and investment funds. The institutional investors mentioned above own investment securities and money market assets in order to manage asset and liability positions, diversify their earning asset base, maintain a liquidity cushion, and meet the undertaken requirements. For most portfolio owners, an investment portfolio constitutes a significant earning asset. Therefore, the increasing complexity of available securities and the current challenging market situation has sharpened the need for effective management of investment portfolios.

The process of portfolio management includes the construction of investment policy and determining investment strategy, as well as constructing and monitoring portfolios. Assessment of the different risk measures and their calculation methods play a significant role in this process.

It is worth noting that banks dating from 2007, are regulated by the Basel II requirements, while the process of the Solvency II requirements implementation in the insurance market is not yet completed. Therefore, one can conclude, that the research covering the usage of risk measures in the investment portfolio management and the development of an internal model for Latvian insurance companies is of particular importance.

Over the past years, before the advent of the world financial and economic turbulences, the Baltic States – “the Baltic tigers” – were the fastest developing economies in Europe. Growth in demand, both domestic and foreign, combined with a massive entry of foreign capital, including structural funding by the European Union, kicked the Gross Domestic Product growth rates up to double-digit figures. The Baltic insurance market (and the Latvian one as well) was a direct beneficiary of this economic miracle.

Between 2002 and 2007, the local insurance market in three Baltic States doubled in volume: the non-life insurance sector kept pace with the overall economy, while life insurance experienced an all out boom, with that market’s products becoming one of the most popular savings strategies.

On the one hand, after the booming year’s insurance market (both life and non-life insurance) suffered from the economic downturn as the income from the main business operations did not show sustainable development and companies were forced to gain extra income from investment activities in order to stay on the market. On the other hand, due to the vulnerable financial markets, the returns on investment decreased.

It is important to note that due to restrictive investment politics and regulatory requirements, financial portfolios of the insurance companies consist mainly of fixed-income securities, whereas the percentage of the stocks is small, thus the internal portfolio management tools are gaining importance.

The latest financial market crisis has revealed that insurance companies were relying too heavily on quantitative models, external ratings and benchmarks. In moving forward, it will be important that new quantitative risk capital requirements under the Solvency II regime are framed by an appropriate risk management infrastructure, with proper internal processes and control at all levels in the insurance company.

In 2001, the European Commission initiated this project in order to review the European framework for the prudential supervision of insurers. The Solvency II Framework Directive was presented in July 2007 and a Europe-wide implementation is scheduled to be completed by the end of 2012. Given the concerns, as well as the potential impact on products, distribution and capital: insurance companies need to move beyond thinking about the Solvency II framework and continue actively preparing for its implementation. Notwithstanding, two questions of appropriate risk management and financial portfolio management are playing a crucial role for everyday business.

## Research Goal and Main Tasks

**The main goal of the current research** is to develop an internal investment portfolio management model using risk measures and copulas for Latvian insurance companies. The model should satisfy regulatory requirements and internal risk management standards, as well as allow dealing with otherwise complex multivariate modelling.

In consideration of this objective, this dissertation intends to accomplish the following **main tasks**:

- Provide a brief analysis of the European insurance market.
- Discuss the state of affairs regarding the Latvian insurance market, while paying special attention to the management of investment portfolios by insurance companies.
- Describe new regulatory standards – Solvency II and their impact on the insurance market.
- Study and evaluate the classical methods of investment portfolio management.
- Analyze the theoretical background of investment portfolio management based on downside risk measures (*Lower Partial Moments* in particular).

- 
- Study the copula approach in finance, discussing the basic definitions and properties of copulas and copula families and describing the recently recognized *skew t*-copula.
  - Develop an internal model using *skew t*-copula and *Lower Partial Moments* in the process of investment portfolio management:
    - Work out a simple algorithm for the empirical usage of portfolio construction based on *Lower Partial Moments* and provide an empirical examination of the successful application of the approach.
    - Illustrate how the copula approach can be used in the risk management of financial portfolios.

## Object, Subject and Hypothesis of the Research

**The object of the research** is risk measuring approaches.

**The subject of the research** is usage of risk measures in the process of investment portfolio management.

**The hypothesis of the research** is formulated as follows: management of investment portfolios based on downside risk measures and the copula approach provide an appropriate internal model for Latvian insurance companies.

## Research Methods

Generally accepted scientific qualitative and quantitative methods, including monographic method, analysis and synthesis, logical construction and evaluation, modelling methods and proving of the hypothesis are used in the present research. For empirical study, *Excel* and *Matcad* were used. The data were obtained from the Bloomberg information system and Latvian Insurance Association homepage.

## Limitations

Usage of risk measures in financial portfolio management involves an extensive range of issues. Due to the particulars of the subject, the following limitations have been set:

- Analysis of the insurance market is limited to insurance companies, while other players providing insurance services are not considered (based on the *ESA95* classification by the Bank of Latvia).
- The research and empirical study is limited to the usage of *Lower Partial Moments* (as an example of downside risk measures) and normal, skew normal and *skew t*-copula.

- The research concerning risk management is limited to the risk analysis and risk evaluation in the process of risk management (as defined in ISO 31000 : 2009).
- The research is limited to the period from 2000 until 2010.
- Empirical study and the results obtained are based on an artificial investment portfolio consisting of indices.

### **Research Period**

The research period of the theoretical component includes the period from the second part of the 20<sup>th</sup> century until the present. Special attention is paid to the development of risk measures and computation approaches after the latest world financial and economic crisis. The study in the practical section analyzes the data of the period from 2000 until 2010.

### **The Theses Presented for Defence**

- Challenging market environments and new regulatory requirements (Solvency II regime) force Latvian insurance companies to both work out and implement internal models for capital allocation and risk management.
- *Lower Partial Moments* (as one of the downside risk measures) provide an easy and efficient means of financial portfolio management in comparison to the classical portfolio optimization approach. This specific tool is appropriate for Latvian insurance companies.
- *Skew t*-copula eliminates the disadvantages of the Gaussian copula and provides a simple method for solving a wide range of portfolio risk management problems. The developed method allows handling a large number of different instruments, such as stochastic risk measures and scenarios.

### **The Theoretical and Methodological Basis**

The theoretical and methodological components of this dissertation are based on studies by the following authors.

Traditional analysis of securities dominated the investment world until the second half of the 20<sup>th</sup> century, whereby investment decisions were based on the development of a global economy, branches and individual companies.. In the 1950s, Markowitz and Roy presented a new fundamental approach to finance and provided investors with a new quantitative tool – Value and Risk – decision models, which allows the ability to allocate assets by considering individual

---

preferences between risk and value. The fundamental concept proposed in the work of Markowitz was expanded by Sharpe, Litner and Mossin, while the famous Capital Asset Pricing Model was developed and for a long it has been considered as a standard for any new investor's behaviour observation models.

In the field of portfolio management, the main achievements of the 1970s include the Option Pricing Model by Black and Scholes, and Arbitrage Pricing Theory, which was developed by Ross. The next step was the development (in the 1980s), of the ARCH and GARCH models, which employ the assumption regarding the financial market's short time memory.

Finally, the new risk measure of the 1990s – Value at Risk – started to play an essential role in portfolio management. The approach was taken up later by Leibowitz and Henriksson and named "shortfall risk". The stochastic target return was explained later by Leibowitz, Kogelman and Bader; and Jaeger and Zimmermann. A general overview of the literature on safety first is given in Albrecht.

The modern era of downside risk research began with the generalized concept of downside risk defined by the *Lower Partial Moment* (LPM), which was developed by Bawa and Fishburn. Bawa and Lindberg later took account of the downside risk diversification and proposed the measure of return co-movements below the target return, while Bookstaber and Clarke's work on optioned portfolios discovered the necessity of considering the additional moments of return distribution. The asset pricing model in the generalized LPM-framework was developed by Harlow and Rao. The relationship of the LPM-portfolio model to the capital market theory was later addressed by Nawrocki. Since the nineties, downside risk measures have been increasingly attracting such practitioners as: Harlow; Sortino and Price; Nawrocki; Stevenson; Morton, Popova and Popova; Daníelsson et al., Vercher, Bermúdez and Segura; Pinar; Bali, Demirtas and Levy; Liang and Park.

Copula models have become a major tool in statistics for modelling and analyzing dependence structures between random variables due to the fact that in contrast to linear correlation a copula captures the complete dependence structure inherent in a set of random variables, as it was emphasised in the paper by Embrechts et al. Particularly in finance, copulas have attracted much attention in the analysis of contagion between financial markets. The following authors have studied this problem: Rodriguez; Chen and Poon; Malevergne and Sornette; Junker and May; Dowd; Martellini and Meyfredi; Li; Bielecki et al.; Bouye; Longin and Solnik; Glasserman et al. In Baltic countries, the following authors analyzed Kollo and Pettere; Matvejevs and Sadurskis; Jansons, Kozlovsksis and Lace.

## Scientific Novelty of the Research

Both the scientific novelty and the main achievement of this scientific research is in the fact that:

- The current research has proved that *Lower Partial Moments* (as one of the downside risk measures) provide an easy and efficient technique in the process of financial portfolio management in comparison to the classical portfolio optimization approach.
- The research shows that the model based on *Lower Partial Moments* is appropriate for Latvian insurance companies holding a small amount of stocks in the financial portfolio.
- The *skew t*-copula was used, instead of the Gaussian copula (developed by Kollo and Pettere in 2010), because it eliminates the disadvantages of the Gaussian copula and provides a simple method of solving a wide range of portfolio risk management problems.
- The developed method allows the handling of a large number of different instruments – stochastic risk measures, and scenarios (because it provides the possibility to determine descriptive statistics for every defined risk measure).
- It was proved that the method, which was used, permits the modelling of a capital amount, thus satisfying the requirements of internal risk management.

## The Approbation of the Most Relevant Results

The most relevant results of the research were presented and discussed at 14 **international scientific conferences in Latvia and abroad**:

1. Eurasia Business and Economics Society (EBES) 2011 Conference – Istanbul (Turkey; June 2011).
2. International Conference "Current Issues in Management of Business and Society Development – 2011" (Latvia; May 2011).
3. International Research Conference "Changes in Global Economic Landscape – in Search for New Business Philosophy" (Latvia; April 2011).
4. 16<sup>th</sup> International Scientific Conference "Economics and Management-2011 (ICEM-2011)" (Czech Republic; April 2011).
5. International Scientific Conference on Management and Sustainable Development – Yundola University of Forestry (Bulgaria; March 2011).
6. International Conference on Quantitative Finance "Advances for Exchange Rates, Interest Rates and Asset Management" (Germany; May 2010).

7. 3<sup>rd</sup> International Scientific Conference “Business competitiveness in local and foreign markets: challenges and experiences” (Latvia; April 2010).
8. 15<sup>th</sup> International scientific conference “Economics and Management – 2010” (Latvia; April 2010).
9. International Scientific Conference on Management and Sustainable Development – Yundola University of Forestry (Bulgaria; March 2010 ).
10. 8<sup>th</sup> Hellenic Finance and Accounting Association (H.F.A.A.) Conference in cooperation with University of Macedonia, Thessalonica (Greece; December 2009).
11. International Scientific Conference “Insights into the Sustainable Growth of Business” (Lithuania; November 2009).
12. 50<sup>th</sup> International Scientific Conference of RTU “Scientific Conference on Economics and Entrepreneurship” (Latvia; October 2009).
13. International Conference “Economies of Central and Eastern Europe: Convergence, Opportunities and Challenges” (Estonia; June 2009).
14. 49<sup>th</sup> International Scientific Conference of RTU “The problems of Development of National Economy and Entrepreneurship” (Latvia; October 2008).

The total number of publications – 22 – includes the articles published in international scientific and academic journals and in reviewed collections of scientific proceedings.

**International reviewed scientific journals** (covered by international indexing services):

1. Kuzmina, J. & Voronova, I. “Development of Investment Risk Management Models for Insurance Companies,” *Economics and Management*, Number 16 (2011); ISSN 1822-6515; pp. 1147–1153.
2. Kuzmina, J., Pettere, G. & Voronova, I. “Investments by Insurance Companies – Challenges and Opportunities,” *Economics and Management*, Number 15 (2010); ISSN 1822-6515; pp. 979–985.
3. Kuzmina, J., Pettere, G. & Voronova, I. “Conditional Risk Measure Modelling for Latvian Insurance Companies,” *Perspectives of Innovations, Economics and Business*, Vol. 3 (2009); ISSN 1804-0519 (Print), ISSN 1804-0527 (Online); pp. 59–61.

**International reviewed academic journals:**

4. Kuzmina, J. “Latvian Insurance Companies – Sustainable Development in Challenging Environment,” *Management and Sustainable Development* (2011), pp. 1–5; [accepted for publication].
5. Kuzmina, J. “Risk Management for Sustainable Growth,” *Management and Sustainable Development*, Vol. 26, Number 2 (2010); ISSN 1311-4506; pp. 25–30.

6. Kuzmina, J. "Risk Management for Sustainable Growth. Do we need a new approach?" *Journal of Business Management*, Number 3 (2010); ISSN 1691-5348; pp. 115–122.

**Collections of reviewed conference proceedings:**

7. Kuzmina, J. "Internal Risk Management Models for Insurance Companies," *EBES 2011 Conference – Istanbul. Program and Abstract Book*; Istanbul 2011; p. 69.
8. Kuzmina, J. "Internal Risk Management Models for Insurance Companies," *EBES 2011 Conference – Istanbul. Conference Proceedings (CD)*; Istanbul 2011; pp. 717–733.
9. Kuzmina, J. "Use of Lower Partial Moments in Portfolio Management," *Abstract of Reports "Current Issues in Management of Business and Society Development – 2011"*; Riga 2011; ISBN 978-9984-45-347-7; p. 84.
10. Kuzmina, J. "Use of Lower Partial Moments in Portfolio Management," *Conference Proceedings (CD) "Current Issues in Management of Business and Society Development – 2011"*; Riga 2011; ISBN 978-9984-45-347-7; pp. 361–372.
11. Kuzmina, J. & Voronova, I. "Development of Investment Risk Management Models for Insurance Companies," *Program and Reviewed Abstract Book "16<sup>th</sup> International Conference "Economics and Management"*; Brno, 2011; ISSN 978-80-214-4279-5; pp. 370–371.
12. Pettere, G. & Kuzmina, J. "Copula Approach for Downside Risk Measures in Portfolio Management," *Book of Abstracts. International Conference on Quantitative Finance "Advances for Exchange Rates, Interest Rates and Asset Management"*; Hannover 2010; p. 1.
13. Pettere, G. & Kuzmina, J. "Copula Approach for Downside Risk Measures in Portfolio Management," *Conference Proceedings (CD). International Conference on Quantitative Finance "Advances for Exchange Rates, Interest Rates and Asset Management"*; Hannover 2010; pp. 1–13.
14. Kuzmina, J. "Financial Portfolios Construction with Lower Partial Moments – Some Ideas from Theory and Practice," *Abstracts of Reports. 8th Hellenic Finance and Accounting Association (H.F.A.A.)*; Thessalonica 2009; p. 76.
15. Kuzmina, J. "Financial Portfolios Construction with Lower Partial Moments – Some Ideas from Theory and Practice," *Conference Proceedings (CD). 8th Hellenic Finance and Accounting Association (H.F.A.A.)*; Thessalonica 2009; pp. 1–20.
16. Kuzmina, J., Pettere, G. & Voronova, I. "Investments by Insurance Companies – Challenges and Opportunities," *Programme and Collected Abstracts of International Conference "Economics and Management – 2010"*; Riga 2010; ISBN 978-9934-10-018-5; pp. 77–78.

17. Kuzmina, J. "Risk management for sustainable growth," *Programme and Abstracts. 12<sup>th</sup> International Scientific Conference on Management and Sustainable Development*; Yundola, 2010; ISSN 1691-5348; pp. 78–79.
18. Kuzmina, J., Pettere, G. & Voronova, I. "Portfolio's Conditional Risk Measure Modelling of Insurance Companies," *Book of Abstracts. 50th International Scientific Conference of RTU Scientific Conference on Economics and Entrepreneurship*; Riga 2009; ISBN: 978-9984-32-173-8; p. 29.
19. Kuzmina, J., Pettere, G. & Voronova, I. "Portfolio's Conditional Risk Measure Modelling of Insurance Companies," *Conference Proceedings (CD). 50th International Scientific Conference of RTU Scientific Conference on Economics and Entrepreneurship*; Riga 2009; ISBN: 978-9984-32-173-8; pp. 128–136.
20. Kuzmina, J. "Portfolio Construction with Lower Partial Moments (2;τ) – An Overview," *Conference Proceedings (CD). Economies of Central and Eastern Europe: Convergence, Opportunities and Challenges*; Tallinn 2009; ISBN: 978-9949-430-28-4; pp. 1–13.
21. Kuzmina, J. "Portfolio Construction with Lower Partial Moments," *Conference Proceedings (CD). 49th International Scientific Conference of RTU "The Problems of Development of National Economy and Entrepreneurship"*; Riga 2008; ISBN: 978-9984-32-567-5; pp. 1–7.
22. Kuzmina, J. "Portfolio Construction with Lower Partial Moments," *Book of Abstracts. 49th International Scientific Conference of RTU "The Problems of Development of National Economy and Entrepreneurship"*; Riga 2008; ISBN: 978-9984-32-567-5; pp. 89–90.

Relevant findings were presented at a theoretical seminar organized by Latvian Econometrics Association (discussion topic "Copula and Asset Management in Insurance Companies" – <http://www.ekonometrija.lv/?sa=aktual/16>).

BTA insurance company was informed about relevant findings.

The results of the research were also discussed during **four international summer schools for doctoral and graduate students** in Latvia and Italy:

1. 9<sup>th</sup> Summer school for Doctoral Students in Finance, Institutions and History "Crises, panics and manias in financial history" hosted at Department of Economics, Universita di Ca Fosari, Venice (Italy; September 2009).
2. I.S.E.O International graduate summer school "Financial Markets in the World Economy" (Italy; June 2009).
3. 8<sup>th</sup> Summer school for Doctoral Students in Finance, Institutions and History "War and Finance" hosted at Department of Economics, Universita di Ca Fosari, Venice (Italy; September 2008).
4. International Scientific Seminar for Doctoral Students "Development of Research Methods: Management of Knowledge" (Latvia; August 2008).

Relevant results were partly used in the preparation of the articles published in the business newspaper “Бизнес&Балтия” (the total number of articles published between July 2009 – May 2011 exceeds 70).

## Structure of the Dissertation

This dissertation is an independent research project, which consists of an Introduction, four Parts, Conclusions and Proposals, a Bibliography, and Appendix. The total amount of pages is 136 (without the appendix). The dissertation includes 23 tables, 34 figures describing and explaining the research. About two-hundred literature items were used to complete the research. The structure of the dissertation is as follows:

### **Introduction**

#### **1 Insurance Market in Challenging Market Environment**

- 1.1 Overview on European Insurance Market
  - 1.1.1 *Operating Environment for Life Insurance Companies*
  - 1.1.2 *Operating Environment for Non-life Insurance Companies*
  - 1.1.3 *Other Concerns*
- 1.2 Overview on Latvian Insurance Market
- 1.3 Solvency II as New Challenge and Opportunity for Insurance Market

#### **2 Classical Methods in Management of Investment Portfolios**

- 2.1 Risk Measures and Their Applications in Management of Investment Portfolios
- 2.2 Markowitz Model in Management of Investment Portfolios

#### **3 Modern Methods in Management of Investment Portfolios**

- 3.1 Management of Investment Portfolios with Lower Partial Moments
  - 3.1.1 *Historical Development of Lower Partial Moments*
  - 3.1.2 *Basic Elements of Lower Partial Moments and Their Application in Management of Investment Portfolios*
- 3.2 Copula Approach in Management of Investment Portfolios
  - 3.2.1 *Definition of Copulas and Sklar's Theorem*
  - 3.2.2 *Families of Copulas*
  - 3.2.3 *Implementation of Copulas in Management of Investment Portfolios*

#### **4 Empirical Studies: Internal Model for Latvian Insurance Companies**

- 4.1 Introduction to Empirical Study
- 4.2 Usage of *Lower Partial Moments* in Management of Investment Portfolios
- 4.3 Usage of Copula in Management of Investment Portfolios
  - 4.3.1 *Internal Model for Conditional Risk Measures Determination*
  - 4.3.2 *Internal Model for Capital Determination*

### **Summary**

### **Literature**

## MAIN SCIENTIFIC FINDINGS

### 1 Insurance Market in Challenging Market Environment

*Chapter I consists of 28 pages, 2 tables and 10 figures*

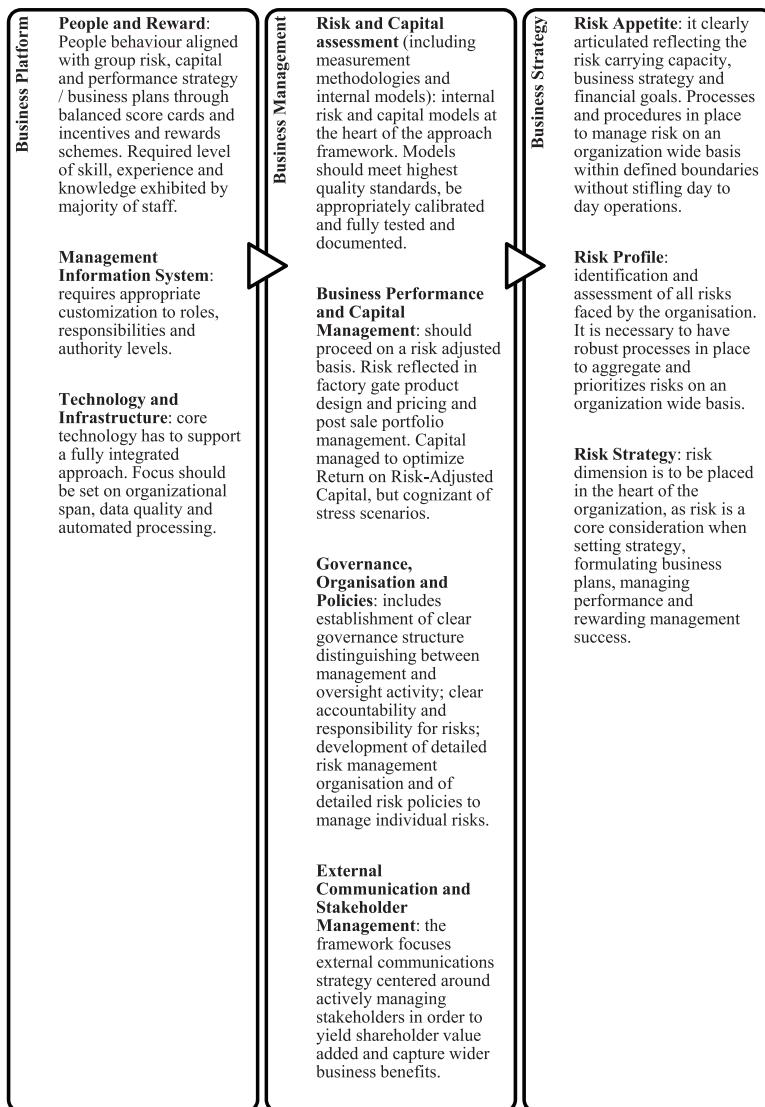
In the first section, the author carried out an indicative analysis of the current state of affairs in the Latvian insurance market and reached the conclusion that Latvian insurance companies, which since 2008 have been affected by a decrease in sales while challenging market conditions have been simultaneously de-risking their portfolios and shedding questionable lines of business. In addition to recognizing the need to allocate capital effectively among product lines and business units, questions regarding appropriate risk management under a Solvency II framework and adequate portfolio management technique are of particular importance; hence, companies are seeking to identify new sources of capital.

The Solvency II regime will impose stricter risk management discipline on insurance companies. The requirements of Solvency II highlight the reality that a risk management framework should be structured and governed by boards of insurance companies according to the usual approach to risks including identification, quantification of the amount acceptable, management of the risks taken, control and communication, as well as assessment of capital adequacy.

Nonetheless, one of the biggest challenges and eventually the most time-consuming revolve around the behavioural changes in the financial markets and the difficulty in clearly stating the risk appetite of the company. The latest financial crisis has once again emphasized the notion that effective risk management is fundamental to the success of an insurance market. Company boards, investors and rating agencies have all sharpened their focus on risk in the face of market instability and continuing capital constraints. Solvency II raises the stakes further by requiring insurers to develop a systematic risk management framework capable of ensuring that risk considerations are appropriately understood, controlled and integrated into the decision-making processes.

The first part clarifies what this entails in practice, including how the framework should be structured and governed and how it will affect the way the insurance companies run their businesses. Based on the literature study of Krause, 2006; Gallati, 2003 and the PricewaterhouseCoopers presentation (2010) – the following integrated risk management framework – in accordance with Solvency II requirements – can be designed. It provides the strategic direction, organizational embedding and underlying infrastructure of risk identification and evaluation.

The 10 components of the risk management framework discussed below will be examined on three levels: business strategy, business management and business platform.



**Figure 1 Risk Management Framework**

*Data source: Author's Proposal*

## 2 Classical Methods in Management of Investment Portfolios

*Chapter II consists of 20 pages, 3 tables and 7 figures*

While analyzing the features that made it the most famous portfolio model and the restrictions causing inferior asset allocation decisions are considered, the second part of the research describes and analyses the Markowitz portfolio model. The main point of criticism of the classical Markowitz decision principle is the application of risk understanding of investors, who fear missing the expected return, and penalize not only the downside, but also the upside return deviations from the mean. In addition, this chapter provides an overview of different risk measures (while traditional risk measures such as *Value at Risk* will be analyzed in detail) and discusses the application of these risk measures in the portfolio optimization framework. Critical means of capturing risk are reflected in the main approaches (classification developed by the author) in the portfolio optimization appearing in the literature:

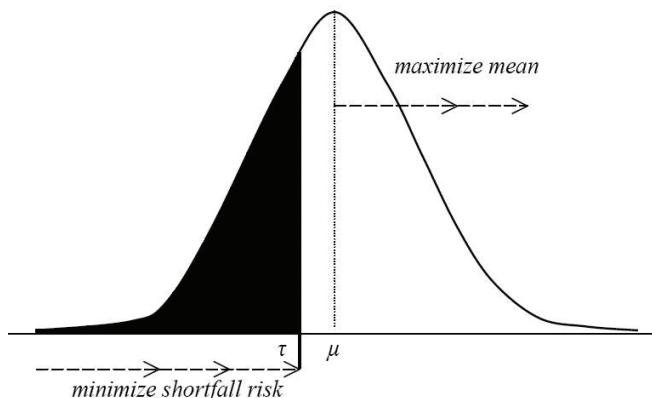
- Approach based on both-side risk: this approach is oriented on the risk characterized by the both-side oscillation around some reference point. Risk measured by the variance in the Markowitz ( $\mu, \sigma$ ) – portfolio model is the most popular model of this approach (Covered risk measures: Mean; Median; Mode; Mean deviation; Variance; Skewness; Kurtosis; Beta factor; Gini-mean difference; Entropy; Tracking error).
- Approach based on downside risk: essential for this particular method is the risk measure relied on results and probabilities below some reference point, which is selected either subjectively or objectively. Due to the importance of this topic for further considerations provided in the chapter three, the application of different risk measures will be discussed in detail. (Covered risk measures: Downside beta factor; Mean absolute semi deviation; Minimum return; Value at Risk; Conditional Value at Risk; Tracking error; Shortfall and *Lower Partial Moments*).
- Approach based on upside risk: essential for this particular method is the risk measure relied on results and probabilities above a given reference point (Covered risk measures: Chance probability; Chance expectation; Chance variance; Chance skewness; Chance kurtosis).

### 3 Modern Methods in Management of Investment Portfolios

*Chapter III consists of 23 pages, 1 table and 4 figures*

The third part will focus on recent developments in the portfolio theory. Apart from a comprehensive review of the theoretical background of the most appealing approach oriented on downside risk, an empirical examination of its successful application in the investment practice will be completed.

The risk measured by *Lower Partial Moment* (LPM) is the risk of falling below a specified minimal aspiration return level; so that any outcomes above this reference point do not represent financial risk. As a result, the minimization of LPM in the optimization algorithm do not eliminate the chance to over-perform this reference point as it is the case in the portfolio model based on the variance. The returns above the target are captured by expected return and represent an opportunity for unexpectedly high returns. See Figure 2.



*Figure 2 Lower Partial Moment – graphical explanation*  
[where  $\tau$  – target return;  $\mu$  – mean]

*Figure source: Schmidt-von Rhein (2004)*

Due to the fact that in contrast to linear correlation a copula captures the complete dependence of the inherent structure in a set of random variables, copula models are an important tool for modelling and analyzing dependence structures between random variables. Particularly in finance, copulas have attracted much attention in the analysis of contagion between financial

markets, as well as in the analysis of risky portfolios of stocks, etc. In order to provide a “better” decision in consideration of both issues – financial portfolio management and risk management – the above approach is used.

#### **4 Empirical Studies: Internal Model for Latvian Insurance Companies**

*Chapter IV consists of 30 pages, 17 tables and 13 figures*

#### ***Usage of Lower Partial Moments in Management of Investment Portfolios***

The importance of asset allocation and portfolio management for the Latvian insurance companies to cover losses from their main business operations were mentioned in the previous section of the dissertation. The asset allocation decision is not an isolated choice, but rather a component of a structured four-step portfolio management process that never stops. Due to the importance of the topic, the process of portfolio management will be discussed in detail below. The author will also include a portfolio construction algorithm with *Lower Partial Moments* in this process.

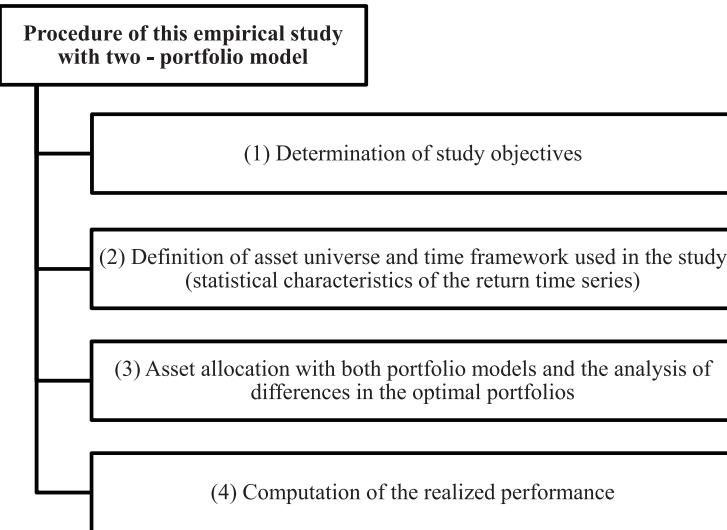
Taking into consideration the fact that in the process of financial portfolio construction, while making decisions about an investment, investors are more concerned with the downside movements of their portfolios (when their target return has failed), than with the upside potential, the main concern of that particular algorithm is in regard to the possibilities of asset allocation based on downside risk. The existence of *Lower Partial Moment* – risk measure, presenting the squared failure of the investor’s target return can be justified by its dominance being equivalent to the stochastic dominance of the third order. Thus, the dominance concerning *Lower Partial Moments* of the second order fulfils the criterion for the Bernoulli principle and therefore can be used for decision making under risk (Maurer & Valiani, 2007; Estrada, 2008).

The first step in the portfolio management process for the insurance company’s management (either using internal resources – an in-house team or with the assistance of an external investment advisor) is to construct a policy statement. The policy statement should be understood as a road map, where the investor specifies the types of risk he is willing to take (by determination of a risk aversion parameter –  $\alpha$  as explained by Poddig, Brinkmann & Seiler, (2005)), investment goals (capital preservation, capital appreciation, current income by determination of target return parameter –  $\tau$ ) and constraints (like liquidity, time horizon, tax concerns, legal and regulatory requirements, etc.). Since

---

investor needs change over time, the policy statement must be periodically reviewed and updated. The process of investment seeks to look into the future and determine strategies that offer the best possibility of meeting the policy statement guidelines determined in the previous step. In the second step of the process – determination of financial strategy – the management should study current financial and economic conditions and forecast future trends, which require constant monitoring and updating to be able to reflect changes in financial market expectations. The third step of the portfolio management process is to construct the actual portfolio. With the policy statement and financial market forecast as input, implementation of the investment strategy is prepared by determining asset allocation across countries, asset classes and different securities. Portfolio construction is achieved by minimizing risk and maximizing expected return. When comparing the classical ( $\mu, \sigma$ ) model and the ( $\mu, LPM$ ) model, it should be said that the models differ substantially in terms of risk measurement and return dependence. The ( $\mu, \sigma$ ) model only takes into account the mean and variance, whereas the ( $\mu, LPM$ ) model also considers non-normality of return distribution. As the same input data were used for both portfolio models, which differ only in risk measure, an enhanced realized performance can be explained only by the application of more appropriate and exact risk measures. In the construction process of a tangential portfolio on ( $\mu, LPM$ ) – an efficient frontier should be chosen. The tangential portfolio holds the maximum efficiency portfolio: the portfolio with the highest return premium on one unit of risk. The last step is the continual monitoring of the needs and capital market conditions. One of the essential components of the monitoring process is the evaluation of the portfolio's performance and its comparison to the goals set in the policy statement.

In the current section, the impact of the two portfolio models representing the two approaches in the portfolio theory (described in the previous chapters) will be examined. The first model in the analysis is the well-known Markowitz portfolio model – with the asset allocation based on mean and variance, the second model is the mean-downside risk portfolio model, which differs in risk understanding. It was previously mentioned that in the Markowitz portfolio model, the investor fears to miss the expected return, while in the second approach, which is based on *Lower Partial Moments*, the investor fears to fall below the minimal acceptable return (the level of the minimal acceptable return or target return was set as equal to 0%, which expresses the risk of capital loss. For additional details, follow the discussion by Schmidt-von Rhein (2004) and Poddig, Brinkmann and Seiler (2005)).



**Figure 3 Procedure of Empirical Study with Two Portfolio Models**

*Data source: Author's Proposal*

Upon comparison with the variance, the shortfall variance (*Lower Partial Moment* of the second order) was chosen among the measures of downside risk for further examination. The main steps in the procedure of this empirical study covering the usage of *Lower Partial Moments* in the portfolio optimization model can be summarized as in the Figure above.

The purpose of the present analysis can be formulated as follows: based on the data from the developed European capital market – to explain the differences between the asset allocations optimized with the  $(\mu, \sigma)$  portfolio model and the  $(\mu, LPM_{t,2})$  portfolio model.

Based on the theoretical analysis laid out in the previous parts of the research, the differences between the two models are assumed to grow with the non-normality of return distributions so that developing markets, which usually exhibit non-normal return distributions, have to be included in the research.

It is worth emphasising that the differences in the efficient portfolios are limited as they are based on the investor's expectations of returns and variances; consequently, the statement regarding the advantage of the model used in the asset allocation process can be made analytically. Since the input data and other

conditions are the same for both models used in the study, a better realized performance could be explained by the application of more appropriate measures of risk. These considerations lead to the second objective of the following empirical study: to analyze whether the  $(\mu, \sigma)$  portfolio model leads to better or worse realized performance in comparison with the  $(\mu, LPM_{t,2})$  portfolio model.

The asset universe covers several European equity capital markets. The European equity market was chosen because Latvian insurance companies have been investing approximately 98% of the capital available in the European equities. The asset universe consists of 16 national indices represented by the MSCI Europe Index – a free float-adjusted market capitalization weighted index designed to measure the equity market performance of the developed markets in Europe.

In order to use a wider investment horizon and make further comparisons to a developing market, eight indices were chosen as represented in MSCI EM (Emerging Markets) Europe, Middle East and Africa Index. The MSCI EM Index is a free float-adjusted market capitalization weighted index designed to measure the equity market performance of the developing market countries of Europe, the Middle East and Africa.

For purposes of this comparison, it was decided to use only eight indices out of the developed market universe (those with the higher weight in the index) to insure an equal number of assets in the portfolio. The data was taken from the Bloomberg system, since it is considered the premier site for up-to-date and breaking international business news, financial information and market data. The examination period encompasses 60 simple monthly returns per each index. Further explanations of the usage of simple returns can be found in Dorfleitner (2003).

Since the national indices for developing markets and some developed markets are quoted in the local currency, the perfect currencies hedging to exclude the foreign exchange risk that can be achieved by buying the currency put option were assumed, while the costs for the option are less relevant in the current case and are thus ignored (the transaction costs are ignored as well and the short sales are excluded). Since the major purpose of the research is to examine the differences caused only by the risk measures used, the risk-free rate is assumed to be equal to the target return or minimal acceptable return.

Asset performance can be described by the first two statistical moments (mean and variance), while skewness and kurtosis present additional information by non-normally distributed returns. It is obvious an investor is going to prefer investment alternatives with higher returns, with lower risk expressed as standard deviation, and higher positive skewness and lower kurtosis.

It is worth considering that non-normally distributed returns cannot be described fully by mean and variance, but they can be used as an indicator of differences between the models, while the  $(\mu, \sigma)$  portfolio model takes into account only mean and variance, the  $(\mu, LPM_{t,2})$  portfolio model also considers non-normality of returns distribution, which is why it is also important considering the skewness in the statistical characteristics of the input data.

Based on Shapiro's skewness test (Shapiro et.al. 1964), it can be affirmed that most of the indices are skewed with statistical significance; while, on average, deviation from normality is higher on the developing markets rather than on the developed ones.

One can note that important information about capital markets does provide a correlation. Correlation analysis of the input data confirms that the correlation in the developing markets, and between the developing and developed capital market is substantially lower than on the developed capital markets, as it was assumed in the discussion above.

The first objective examines the differences between the asset allocations with both portfolio models, between the developing markets and the developed capital markets. Therefore, the following statement was formulated and confirmed in the further research: The differences in the asset allocation with the  $(\mu, \sigma)$  portfolio model and the  $(\mu, LPM_{t,2})$  portfolio model based in the expected returns and expected risk measures exist on all market types, and are higher in the developing market than in the developed capital market. In the theoretical section, it was noted that the  $(\mu, \sigma)$  model and the  $(\mu, LPM_{t,2})$  model differ substantially in the measurement of risk and return dependence.

The most commonly practiced forecasting method, notably the computation of the optimization parameters on the basis of historical returns, has been used. By the same input data and other conditions for both portfolio models, which differ only in the risk measure, better realized performance can be explained only by the application of a more appropriate and exact risk measure as stated above.

The input parameters for both optimization models are estimated from the first 60 month-returns of the entire examined period covering 108 months. For the next optimization, this estimation period of 60 months is shifted one month forward, while the process is repeated 48 times in order to minimize the impact of estimation errors on the investment. Further details and discussion on the number of necessary observations can be found in Kroll and Levy (2008) and Nawrocki (1991), with both proposing between 40 and 50 observations.

In the next step, the optimal portfolio of the  $(\mu, \sigma)$  model and the  $(\mu, LPM_{t,2})$  model should be chosen: the portfolio with the highest return premium on

one unit of risk. Such a portfolio in the  $(\mu, \sigma)$  model can be computed by the maximization of the objective function, which is mathematically expressed in [1]:

$$\max \frac{\mu_p - r_f}{\sigma_p} \quad [1]$$

$$\mu_p = \sum_{i=1}^n \mu_i \cdot x_i$$

$r_f$  – risk-free rate

$$\sigma_p^2 = \sum \sum x_i \cdot x_j \cdot \sigma_{ij}^2$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad 1 \geq x_i \geq 0 \text{ for } \forall x_i (i \in 1, \dots, n)$$

Such a portfolio for the  $(\mu, LPM_{\tau,2})$  model is computed mathematically by the maximization of the following objective function, which is expressed in [2]:

$$\max \frac{\mu_p - \tau}{(LPM_{p,(2,\tau)})^{1/2}} \quad [2]$$

$$\mu_p = \sum_{i=1}^n \mu_i \cdot x_i$$

$\tau$  – target return

$$LPM_{p,(2,\tau)} = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_i \cdot x_j \cdot LPM_{ij,(2,\tau)}$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad 1 \geq x_i \geq 0 \text{ for } \forall x_i (i \in 1, \dots, n).$$

This results in the construction of 60 portfolios for each portfolio type (taking into consideration both the developed and the developing market), using the standard optimization function Solver in the *MS Excel* software application.

In order to compare both models, the average portfolio weights, returns and standard deviations are computed. Results differ the most in average returns. Standard deviations are found on the developing markets. The lowest difference is in the developed markets.

The following Table 1 and Table 2 present an overview of the findings.

Table 1

**Analysis of Portfolio Differences***Data source: Author's Calculations*

<i>Approach of Portfolio Optimization</i>	<i>Portfolio Return, %</i>	<i>Portfolio Risk, %</i>
<b><i>Developed Market</i></b>		
variance optimized portfolio <sup>1</sup>	0.2757	4.2217
shortfall variance optimized portfolio <sup>2</sup>	0.4966	4.1993
<i>difference (absolute)</i>	0.2209	-0.0224
<b><i>Developing Market</i></b>		
variance optimized portfolio	0.5765	4.9716
shortfall variance optimized portfolio	0.7991	3.8865
<i>difference (absolute)</i>	0.2226	-1.0851

<sup>1</sup> Here and afterwards variance optimized portfolio is equal to the  $(\mu, \sigma)$  model.

<sup>2</sup> Here and afterwards shortfall variance optimized portfolio is equal to  $(\mu, LPM_{t,2})$  model.

Analysis of the data indicates that the average portfolio compositions correspond to the findings in the theoretical section: the differences in the weights exhibited by the different portfolios and the methods used in the portfolio construction process. The highest difference in the average portfolio weights is on the developed market, while it could be explained with higher asset diversification in the portfolio built in the developing market as not only European, but also North African indices are used.

It is possible to confirm the referenced statement that substantial differences exist in the asset allocation with the tested portfolio models in the developing and developed market, whereby they are higher in the developing markets than in the developed market, so there is no necessity of approximation of both risk understandings with only one portfolio model in practice. Therefore, the objective clarifying the extent of the differences between the asset allocations optimized with the  $(\mu, \sigma)$  portfolio model and the  $(\mu, LPM_{t,2})$  portfolio model can be considered fulfilled.

In the theoretical investigations, it was stated that the efficient frontiers of the  $(\mu, LPM_{t,2})$  portfolio model lie above the efficient frontiers of the  $(\mu, \sigma)$  portfolio model. Specifically, the expected performance of the first one is better than that of the last one. However, this holds only for investors who understand risk as falling below the target return; nevertheless, it is essential to prove this idea.

Table 2

**Weights in Portfolios***Data source: Author's Calculations*

<i>Stock Index</i>	<i>Shortfall Variance Optimized Portfolio, %</i>	<i>Variance Optimized Portfolio, %</i>	<i>Difference, %</i>
<b><i>Developed Market</i></b>			
MSCI France	5	5	0
MSCI Germany	5	5	0
MSCI Switzerland	5	65	60
MSCI UK	5	5	0
MSCI Italy	5	5	0
MSCI Austria	31	5	-26
MSCI Spain	5	5	0
MSCI Sweden	39	5	-34
<b><i>Developing Market</i></b>			
MSCI Czech Republic	46	12	-34
MSCI Egypt	5	5	0
MSCI Hungary	5	5	0
MSCI Morocco	24	58	34
MSCI Poland	5	5	0
MSCI Russia	5	5	0
MSCI South Africa	5	5	0
MSCI Turkey	5	5	0

With the same input data and other conditions, for both portfolio models, as in the case described above, differing only in the risk measure, better realized performance can be explained by the application of a more appropriate and exact risk measure. Therefore, the statement that should be confirmed in the research is formulated as follows: In both the developing and developed capital markets, the realized performance of the  $(\mu, LPM_{t,2})$  portfolio model is better than the realized performance of the  $(\mu, \sigma)$  portfolio model.

In the theoretical section, it was previously mentioned that the explanation results in the fact that in the optimization algorithm of the  $(\mu, \sigma)$  model, the

variance is minimized, which means that not only downside deviations from the expected return (the risk), but also desired deviations (the chance) are avoided. In the case of the  $(\mu, LPM_{\tau,2})$  portfolio model, the chance of over performing the target return is not eliminated.

Further on, it is important to point out that the  $(\mu, \sigma)$  model does not consider the significance of non-normality of the return time series, while the  $(\mu, LPM_{\tau,2})$  optimization algorithm does, so that better performance can be generated. The study on performance analysis is provided in the table below (see Table 3).

*Table 3*  
**Analysis of Portfolio Performance**  
*Data source: Author's Calculations*

<i>Approach of Portfolio Optimization</i>	<i>Sharpe Ratio</i>	<i>Sortino Ratio</i>
<b><i>Developed Market</i></b>		
variance optimized portfolio	0.0653	0.0784
shortfall variance optimized portfolio	0.1183	0.1330
difference (absolute)	0.0530	0.0546
<b><i>Developing Market</i></b>		
variance optimized portfolio	0.1160	0.1553
shortfall variance optimized portfolio	0.2056	0.3009
difference (absolute)	0.0897	0.1457

The integrated performance is given by the Sharpe-ratio (Sharpe, 1992) and the Sortino-ratio (Sortino & Price, 1994) by  $\tau = r_{risk-free} = 0$ .

The both ratios are defined as follows:

$$Sharp - ratio = \left( \hat{r} - r_{risk-free} \right) / \hat{s} \quad [3]$$

$\hat{r}$  – the average return computed from all realized returns

$r_{risk-free}$  – risk free rate set equal to target return

$\hat{s}$  – the realized shortfall standard deviation

$$Sortino - ratio = \left( \hat{r} - \tau \right) / \left( \hat{LPM}_{\tau,2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad [4]$$

$\hat{r}$  – the average return computed from all realized returns

$\tau$  – target return

$\hat{LPM}_{\tau,2}$  – realized shortfall standard deviation

The above statement can also be confirmed for the simulated portfolio performance. Thus, the realized performance of the portfolio model based on the downside risk (*Lower Partial Moment*) is better than that of the portfolio model based on variance (in the classical model), whereas the differences are higher in the developing market than in the developed market.

The simulation provides evidence that better performance of the  $(\mu, LPM_{t,2})$  than the  $(\mu, \sigma)$  portfolio model is affected by distinct risk measures and by the consideration of the non-normality in the  $(\mu, LPM_{t,2})$  portfolio optimization process. It is possible to conclude that the above empirical study discloses significant differences between the asset allocations in the two optimized portfolio models differing in risk-understanding.

The differences increase with non-normality of return distributions, so they are consequently higher on the developing markets than on the developed markets. Further testing on the realized performance proves superior results with the *Lower Partial Moments* model in relation to the classical portfolio model in both of the examined markets. Performance differences are higher on the developing markets than on the developed markets.

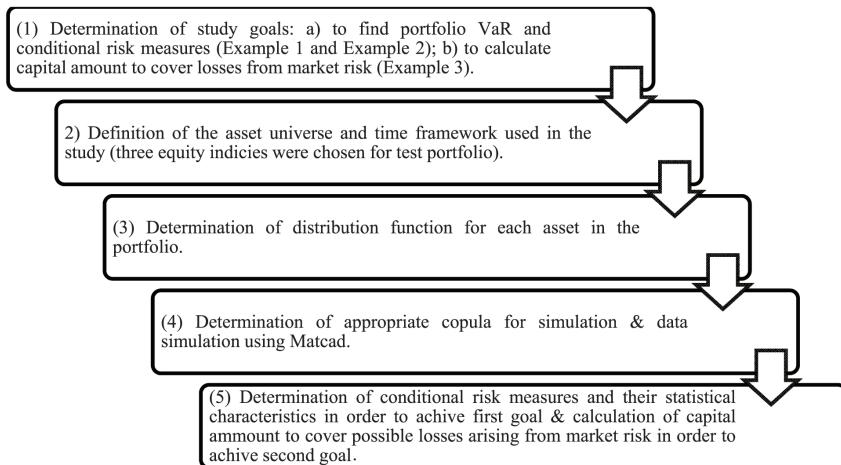
### ***Usage of Copula in Management of Investment Portfolios***

The process of portfolio management is tightly connected with adequate risk management. There is no doubt that risk modelling in the estimation of Value at Risk (*VaR*), conditional risk measures and the amount of capital necessary to cover possible losses are challenging calculations influencing the potential success of any financial investment.

The proper risk management model should both provide flexible joint distributions and capture the non-linear behaviour and extremes in the rising returns. Multidimensional copula models allow the determination of risk measures with the least number of violations in the back-testing and permit the investors to allocate the minimum regulatory capital requirement in accordance with the Solvency II framework.

Figure 4 describes the proceeding example. It is worth mentioning that whereby one of the main advantages of the described approach is proved, the algorithm could be repeated as many times as is necessary when searching for the appropriate portfolio with a satisfactory risk and return relation.

The goal of the following study is to show how, based on a copula approach, it is possible to calculate different risk measures (in particular concentrating on Value at Risk and Conditional Value at Risk) in order to satisfy both internal and external risk management requirements, while managing the equity portfolio.



**Figure 4 Procedure of Empirical Study with Modelling Risk Measures and Capital Amount for Investment Portfolio**

*Data source: Author's Proposal*

In the previous section, different risk measures and their application were discussed, while special attention was paid to Value at Risk (*VaR*). Let us reiterate that by definition, with respect to a specified level of probability, the *VaR* of a portfolio is the lowest amount such that the loss will not exceed, whereas the Conditional Value at Risk (conditional *VaR*) is the conditional expectation of losses above that amount. Most approaches calculating *VaR* rely on a linear approximation of portfolio risks and assume a joint normal (or lognormal) distribution of underlying market parameters.

Although *VaR* is a very popular measure of risk, it has undesirable mathematical characteristics such as lack of subadditivity and convexity, it is coherent only when it is based on the standard deviation of normal distributions, and finally *VaR* associated with a combination of two assets can be considered greater than the sum of the risks of individual assets.

As an alternative measure of risk, conditional *VaR* is known to have better properties than *VaR* (Embrechts, 1999; Pflug, 2000) as it is coherent and has the following properties: transition-equivariant, positively homogeneous, convex, and monotonic regarding stochastic dominance of the first and second order. Although this risk measure has not become a standard in the finance industry, it is gaining in the insurance market (see the discussion by Embrechts et al., 1997).

Due to the reasons mentioned above, which were based on the simulated index prices, while using the copula approach, conditional risk measures are worked out. One should note that the copula approach allows the determination of portfolio risk measures without adding separate risk measures of each asset in the portfolio, as the second method could lead to faulty estimations and conclusions.

Conditional mean (or conditional tail expectance) is defined as:

$$\mu_C = E[X / X \leq VaR_X(\alpha)] \quad [5]$$

where  $X$  is a random variable.

Conditional  $VaR$  is conditional expected loss under the condition that it exceeds  $VaR$ :

$$VaR_X(\alpha) = \sup \{x / P(X < x) \leq \alpha\} \quad [6]$$

where  $\alpha$  is probability of loss defined.

In order to comply with the risk measures determined above, the following measures are going to be used: variance or conditional second order central moment, conditional skewness and conditional kurtosis:

$$\sigma_C^2 = E[(X - E(X))^2 / X \leq VaR_X(\alpha)] \quad [7]$$

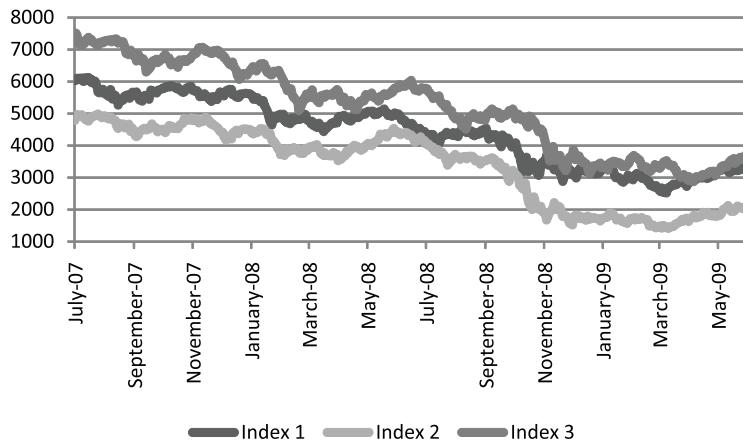
$$A_C = \frac{E[(X - E(X))^3 / X \leq VaR_X(\alpha)]}{\sigma_C^3} \quad [8]$$

$$K_C = \frac{E[(X - E(X))^4 / X \leq VaR_X(\alpha)]}{\sigma_C^4} - 3 \quad [9]$$

The proposed model for downside risk measures can be used for any number of variables. To make it more visible and better understandable, an artificial test portfolio consisting of three European equity indices was built. The time frame covers the period June 2007 – June 2009.

Due to the fact that the current study does not discuss the question of asset allocation universe, there is no need to discuss the choice of randomly picked indices with the following weights in the test portfolio (see Figure 5):

- weight of Index 1 = 20%;
- weight of Index 2 = 50%;
- weight of Index 3 = 30%.



**Figure 5 European Equity Indices for Investment Portfolio**

*Data source: Bloomberg*

The correlation matrix between them is in the following form:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0.889 & 0.951 \\ 0.889 & 1 & 0.846 \\ 0.951 & 0.846 & 1 \end{pmatrix}$$

Descriptive statistics of changes in index values are presented in Table 4.

*Table 4*

**Descriptive Statistics of Data**  
*Data source: Author's Calculations*

	<b>Index 1</b>	<b>Index 2</b>	<b>Index 3</b>
<b>Size</b>	273	273	273
<b>Mean</b>	0.659	0.551	0.655
<b>Median</b>	0.636	0.466	0.628
<b>Standard deviation</b>	0.082	0.173	0.081
<b>Skewness</b>	0.46	0.73	0.43
<b>Kurtosis</b>	-0.99	-1.05	-1.04

Marginal distributions were approximated by lognormal, Gumbel (extreme value) and Gamma distributions. The best fit for Index 1 was obtained by Gumbel (extreme value), for Index 2 lognormal distribution gave the best model and for Index 3 Gumbel (extreme value) distribution gave the best fit. The goodness-of-fit was measured by the Kolmogorov test (the 5% critical value equals 0.0823).

The results from the testing are shown in Table 5.

From the table, it can be seen that all univariate marginal distributions have a good fit with the discovered model distributions except for the marginal distribution for Index 2; nonetheless, it appears it is the best possible solution.

*Table 5*

#### **Testing Results for the Marginal Distributions**

*Data source: Author's Calculations*

<i>Distribution Used</i>		<i>Parameters</i>	
<b>Index 1</b>	Gumbel (extreme value)	$\alpha$	0.655
		$\beta$	0.089
		<b>Test value</b>	0.0763
<b>Index 2</b>	Lognormal	$\mu$	-0.683
		$\sigma$	0.337
		<b>Test value</b>	0.1377
<b>Index 3</b>	Gumbel (extreme value)	$\alpha$	0.450
		$\beta$	0.148
		<b>Test value</b>	0.0592

In the next step, it is necessary to clarify the simulation algorithm using copula, which can be formulated as follows based on the example used in the work by Kollo and Pettere (2010):

1. Find the Cholesky decomposition  $A$  of  $S_x$ ,  $AA^T = S_x$
2. Simulate  $p$  independent values from  $N(0, 1)$  and from  $p$ -vector  $z$
3. Set  $\vec{x} = A \cdot \vec{z}$
4. Simulate value  $w$  from  $N(0, 1)$
5. Get the realization of the skew normal vector  $y$  putting

$$\vec{y} = \begin{cases} \vec{x} & \text{if } \vec{a}^T \vec{x} > w \\ -\vec{x} & \text{if } \vec{a}^T \vec{x} \leq w \end{cases}$$

6. Simulate  $h \approx X_v^2$
7. Find vector  $\vec{t} = \frac{\vec{y}}{\sqrt{h/v}}$
8. Set vector  $u$  so that every coordinate  $u_i = G_{1,v}(t_i, 0, \sigma_i, \alpha_i), i \in [1, \dots, p]$
9. Set vector  $\vec{x} = (F_1^{-1}(u_1), \dots, F_p^{-1}(u_p))$  where  $F$  is the marginal distribution function of the initial random variable  $X$
10. Repeat steps 2 to 9  $n$  times.

The simulation was done by the Gaussian copula, skew normal copula and skew  $t$ -copula. The shape parameter  $\alpha_1$ , the scale parameter  $\Sigma_1$  for skew normal distribution, the shape parameter  $\alpha$  and the scale parameter  $\Sigma$  for skew  $t$ -distribution were all estimated from data using  $v = 3$  with the formulas above. As per the results, we obtained the following estimates:

$$\hat{\alpha}_1^T = (15.079 - 3.168 - 7.908); \hat{\Sigma}_1 = \begin{pmatrix} 6.832 \cdot 10^{-3} & 13 \cdot 10^{-3} & 6.391 \cdot 10^{-3} \\ 13 \cdot 10^{-3} & 30 \cdot 10^{-3} & 12 \cdot 10^{-3} \\ 6.391 \cdot 10^{-3} & 12 \cdot 10^{-3} & 6.631 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix}$$

and

$$\hat{\alpha}^T = (1.625 - 0.713 - 0.840); \hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} 2.277 \cdot 10^{-3} & 4.206 \cdot 10^{-3} & 2.130 \cdot 10^{-3} \\ 4.206 \cdot 10^{-3} & 9.925 \cdot 10^{-3} & 3.958 \cdot 10^{-3} \\ 2.130 \cdot 10^{-3} & 3.958 \cdot 10^{-3} & 2.210 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix}$$

The number of degrees of freedom for skew  $t$ -distribution  $v$  was taken as 3 because data were not very skewed and preliminary analysis showed that  $v = 3$  gave the best approximation.

In the simulation experiment, triples from normal, skew normal and skew  $t$ -copula were simulated to model the joint 3-variate distribution of indexes. The number of replications was 150.

The Genest-Rivest construction was used to check accordance between sample data and simulated data for each coordinate plane and compared the module of maximum distance between obtained univariate cumulative distribution functions. The results are shown in Table 6.

The 5% critical value of the Kolmogorov test is 0.0823.

Table 6

**Descriptive statistics for fitting measures (maximum distance between distribution functions of simulated and given data obtained using Genest-Rivest construction for different copulas (CN-Gaussian copula, CST-Skew  $t_{3,v}$ -copula with  $v = 3$ , CSN-Skew normal copula)**

Data source: Author's Calculations

Copula:	XY coordinate plane			XZ coordinate plane			YZ coordinate plane		
	CN	CSN	CST	CN	CSN	CST	NC	SNC	STC
<b>Mean</b>	0.0726	0.0768	0.0780	0.0708	0.0734	0.0745	0.0808	0.0812	0.0822
<b>Standard deviation</b>	0.0085	0.0092	0.0108	0.0055	0.0061	0.0064	0.0111	0.0116	0.0117
<b>Skewness</b>	-0.17	0.38	0.42	-0.3	0.18	0.34	0.16	0.56	1.09

Simulation results show that in the case described above – the best approximation is reached by a normal copula. Simulated data from the normal copula not only has the smallest distance between simulated data and given data in almost every coordinate plane (except XY plane) but it also has the smallest standard deviation and skewness.

The constructed univariate distribution functions from simulated data by normal copula and data in each coordinate plane are shown in Figure 6. Therefore, for further investigation, the normal copula to join given indices was chosen.

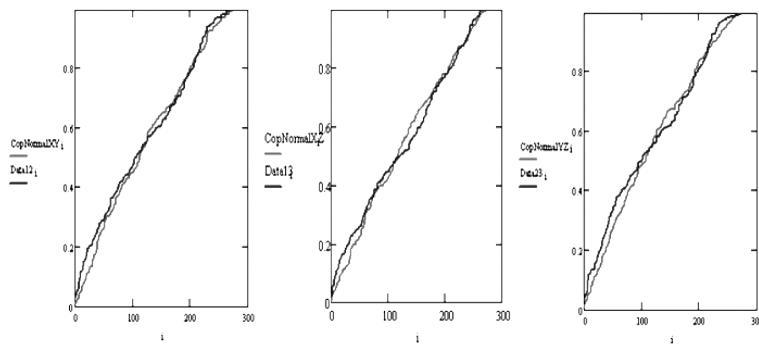


Figure 6 Distribution modelling  
Data source: Author's Calculations

The purpose of building a test portfolio was to prove that based on the data simulated and even though there is no need of using challenging mathematical calculations, it is possible to determine several risk measures in order to satisfy the requirements of regulatory authorities and choose appropriate tools for risk management.

Table 7

**Conditional Stochastic Risk Measures and Their Characteristics  
of Test Portfolio**

*Data source: Author's Calculations*

	<b>mean</b>	<b>Descriptive Statistics of Conditional Measures</b>				
		<b>standard deviation</b>	<b>skewness</b>	<b>kurtosis</b>	<b>percentile 2.5%</b>	<b>percentile 97.5%</b>
<b>VaR (5%)</b>	979.99	9.54	-0.01	0.13	960.15	997.11
<b>Conditional Risk Measures</b>						
<b>mean</b>	921.82	8.20	-0.50	0.54	903.54	935.06
<b>standard deviation</b>	45.02	5.68	-0.24	0.22	35.01	55.18
<b>skewness</b>	-1.04	0.33	-0.50	0.05	-1.77	-0.52
<b>kurtosis</b>	0.83	1.26	1.21	1.45	-0.81	3.92
<b>percentile 2.5%</b>	820.70	19.09	0.05	0.08	785.23	854.42
<b>percentile 97.5%</b>	974.47	8.94	-0.26	-1.76	960.82	984.61

Table 7 shows the results of the test portfolio's stochastic risk measures and it provides the characteristics of the descriptive statistics, which were obtained after 150 replications. It is important to emphasise that the current calculations provide an example of using a particular approach in practice (in order to show its advantage over complex modelling methods), but it offers no conclusion regarding the value of investment in the assets of the test portfolio and should not be treated like an investment recommendation.

Based on this model, it is possible to conclude that the best approximation could be reached by a normal copula in the described case, while using the equity indices to construct the test investment portfolio. Therefore, for further investigation, the normal copula to join given indices was chosen, since the simulated data from the normal copula not only has the smallest distance between the simulated data and the given data in almost every coordinate plane; but additionally, in this particular case, it has the smallest standard deviation and skewness.

Since a simple model is preferred over a complex one, because of its very simplicity, the Gaussian copula model (normal copula model) has been used enthusiastically by the financial industry both before and during the latest financial crisis, in 2007–2008.

Moreover, it is worth mentioning that several authors – gurus on the field of finance have concluded that the Gaussian copula model (normal copula model) has some serious shortcomings, which are apparent. Lack of attention to the weaknesses of the model can be seen as one of the reasons for the crisis mentioned above. Consequently, there is an immediate necessity for rebuilding the test portfolio without a normal or Gaussian copula. For further details, see the papers by Salmon (2009); Jones (2009); Donnelly and Embrechts (2010); etc.

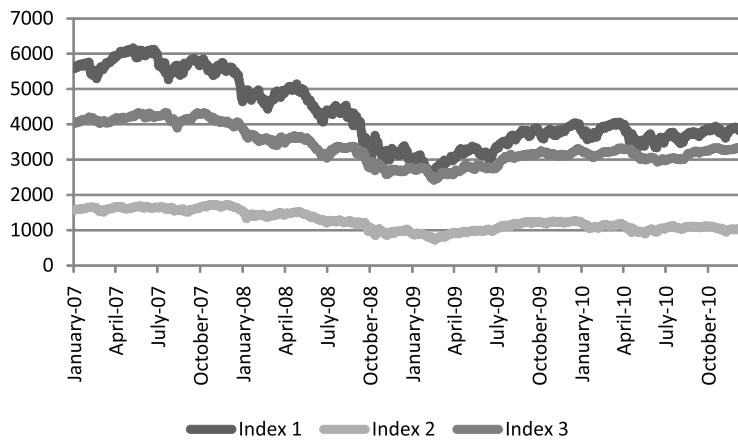


Figure 7 Equity Indices for Investment Portfolio

Data source: Bloomberg

In order to comply with the latest findings, an artificial test portfolio consisting of three European equity indices (Figure 7 describes index value development) was built, while a longer time period covering January 2007 – January 2010 was set. The decision for a longer frame for the testing is explained with the willingness to include both declining and growing equity markets. The choice of index weights in the test portfolio was as follows: weight of Index 1 = 20%; weight of Index 2 = 50% and weight of Index 3 = 30%. The correlation matrix between them is in the form

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0.9424 & 0.9680 \\ 0.9424 & 1 & 0.9096 \\ 0.9680 & 0.9096 & 1 \end{pmatrix}$$

Table 8

**Descriptive Statistics of Data***Data source: Author's Calculations*

	<b>Index 1</b>	<b>Index 2</b>	<b>Index 3</b>
<b>Size</b>	777	777	777
<b>Mean</b>	0.8998	0.9004	0.9307
<b>Median</b>	0.8506	0.8834	0.8977
<b>Standard deviation</b>	0.2394	0.2390	0.1767
<b>Skewness</b>	0.4104	0.5533	0.2467
<b>Kurtosis</b>	-0.6866	-0.3142	-1.0491

Descriptive statistics of changes in index values are presented in Table 8. Marginal distributions were approximated by lognormal and Gamma distributions. The goodness-of-fit was measured by the Kolmogorov test (the 5% critical value equals 0.04879). The results of this test are shown in Table 9.

Table 9

**Testing Results for the Marginal Distributions***Data source: Author's Calculations*

	<i>Distribution Used</i>	<i>Parameters</i>	
<b>Index 1</b>	Gamma	alfa	12.6219
		beta	0.0717
		<b>Test value</b>	0.0457
<b>Index 2</b>	Lognormal	$\mu$	-0.1425
		$\sigma$	0.2734
		<b>Test value</b>	<b>0.0487</b>
<b>Index 3</b>	Gamma	alfa	24.3648
		beta	0.0383
		<b>Test value</b>	<b>0.0554</b>

The simulation was done by the Gaussian copula, skew normal copula and skew t-copula. The number of degrees of freedom for the skew *t*-distribution  $v$  was taken as 3 and 4, while both values provided similar approximations. In the simulation experiment triples from normal, skew normal and *skew t*-copula were simulated to model the joint 3-variate distribution of indices. The number of replications was 150. The Genest-Rivest construction was used to check accordance between sample data and simulated data for each coordinate plane. The results are shown in Table 10.

Table 10

**Descriptive statistics for fitting measures (maximum distance between distribution functions of simulated and given data obtained using Genest-Rivest construction for different copulas)**  
**(ST3C- Skew  $t_{3,v}$ -copula with  $v = 3$ , ST4C- Skew  $t_{4,v}$ -copula with  $v = 4$ )**

*Data source: Author's Calculations*

Copula	XY coordinate plane		XZ coordinate plane		YZ coordinate plane	
	ST3C	ST4C	ST3C	ST4C	ST3C	ST4C
Mean	0.0610	0.0612	0.0533	0.0530	0.0673	0.0670
Standard deviation	0.0065	0.0065	0.0048	0.0052	0.0075	0.0077
Skewness	-0.1493	-0.1300	v0.0735	-0.1864	-0.1284	-0.0356

Simulation results show that the best approximation is reached by a normal copula as in the case described above; but as the usage of a normal copula leads to serious mistakes in the modelling, for further modelling the skew  $t$ -copula to join given indices was chosen.

The skew  $t_{4,v}$ -copula with  $v = 4$  was used as it gives better results considering the skewness. The less the value of skewness, the more concentrated the data around the mean value.

The constructed univariate distribution functions from the simulated data by skew  $t$ -copula and data in each coordinate plane are shown in Figure 8.

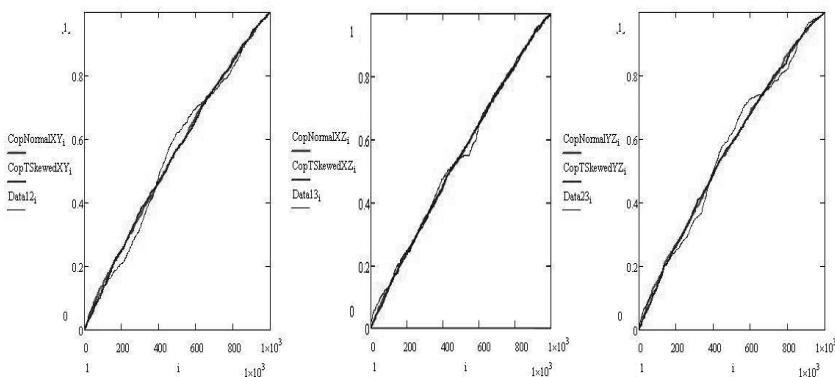


Figure 8 Distribution Modeling

*Data source: Author's Calculations*

Table 11 shows the results of the test portfolio's stochastic risk measures and provides the characteristics of the descriptive statistics, which are obtained after 150 replications. It is worth noting that the method used in the current research allows handling a large number of different instruments – stochastic risk measures – and scenarios. Furthermore, while conditional risk measures management constraints can be used in various applications to bind percentiles of loss distributions, it constitutes an adequate tool for risk management in insurance companies.

*Table 11*  
**Conditional stochastic risk measures and their characteristics of test portfolio**  
*Data source: Author's Calculations*

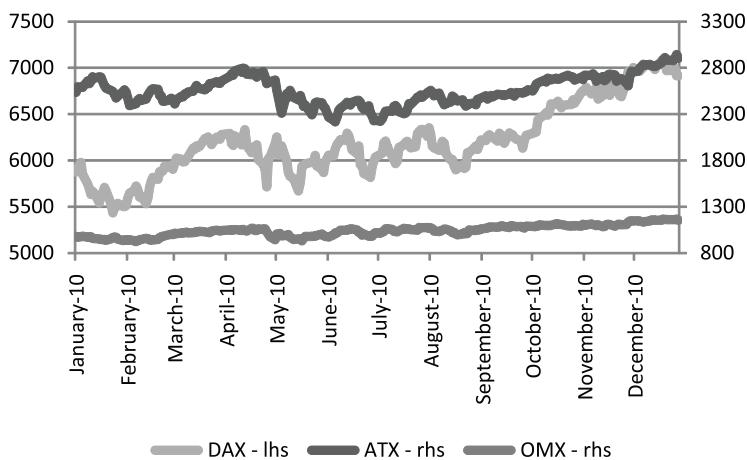
	<i>Descriptive Statistics of Conditional Measures</i>					
	<i>mean</i>	<i>standard deviation</i>	<i>skewness</i>	<i>kurtosis</i>	<i>percentile 2.5%</i>	<i>percentile 97.5%</i>
<b>VaR (5%)</b>	1 259	42	-0.69	1.29	1140	1 328
<i>Conditional Risk Measures</i>						
<b>mean</b>	1043	29	-0.20	-0.64	991	1 085
<b>standard deviation</b>	178	20	-0.69	1.20	128	220
<b>skewness</b>	-1.20	0.34	-0.08	-0.15	-1.86	-0.58
<b>kurtosis</b>	1.37	1.48	0.78	0.66	-1.07	5.15
<b>percentile 2.5%</b>	624	91	0.04	0.07	446	811
<b>percentile 97.5%</b>	1 241	24	-0.29	-1.74	1 205	1 268

Moreover, it is worth considering that according to the QIS5 Technical Specifications issued by the European Commission, insurance companies are obliged to calculate capital requirements for equity risk in order to insure an efficient amount of reserves in the event of loss. Capital requirements for equity risk are determined as the immediate effect on the net value of asset and liabilities expected in the event of an immediate decrease in value of equities.

For the purpose of determination of the capital requirement for equity risk, the following split is considered – equities are listed in regulated markets in the countries, which are members of the EEA or the OECD (“Global equity” category). The equity shock scenarios for the individual categories are specified as follows: 30% – global equities and 40% – other equities. “Other equities” are

comprised of equities listed only in developing markets, non-listed equities, hedge funds and any other investments not included elsewhere in the market risk module of QIS5 Technical Specifications.

The goal of the current study is to indicate that usage of the copula approach in the equity price forecast allows for a decreasing amount of capital while providing an efficient hedge for market risk. The present discussion of Solvency II requirements regarding risk management has already mentioned the necessity for capital amount determination while managing the equity portfolio. Even though the insurance market suffered less from the last financial crisis, the media and market representatives expressed controversial views on the adequate capital amount needed to cover possible losses and regulatory requirements concerning this topic. This question is of particular importance, thus the following section will cover it as far as the copula approach is concerned.



**Figure 9 Equity Indices for Investment Portfolio**

*Data source: Bloomberg*

The third artificial test portfolio, which consists of three European equity indices (Figure 9 describes index value development) was built, while a relatively short time frame (January – December 2010) was set. The decision for a one-year time frame is explained with the willingness to test the model under real-world circumstances: as insurance companies are pinpointing the amount of capital necessary to cover losses from the market risk once a year.

In this case, three European indices were chosen:

- The Austrian Traded Index (ATX) is a capitalization-weighted index of the most heavily traded stocks on the Vienna Stock Exchange. The equities use free float adjusted stocks in the index calculation.
- The German Stock Index (DAX) is an index of 30 selected German blue chip stocks traded on the Frankfurt Stock Exchange. The equities use free float stocks in the index calculation (in this case and in the next case, values were adjusted for dividends and splits were used in the calculations).
- The OMX Stockholm 30 Index is a capitalization-weighted index of the 30 stocks that have the largest volume of the trading on the Stockholm Stock Exchange. The equities use free float stocks in the index calculation.

The choice of index weights in the test portfolio were as follows: weight of ATX = 30%; weight of DAX = 50%; weight of OMX = 20%.

The correlation matrix between them is in the form

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0.8097 & 0.6498 \\ 0.8097 & 1 & 0.6075 \\ 0.6498 & 0.6075 & 1 \end{pmatrix}.$$

Descriptive statistics of changes in the index values are presented in Table 12.

*Table 12*

**Descriptive Statistics of Data**  
*Data source: Author's Calculations*

	ATX	DAX	OMX
<b>Size</b>	134	134	134
<b>Mean</b>	1.0567	1.1690	1.2092
<b>Median</b>	1.0513	1.1755	1.2063
<b>Standard deviation</b>	0.0670	0.0552	0.0461
<b>Skewness</b>	0.2789	0.4539	0.7410
<b>Kurtosis</b>	-0.9947	1.3315	1.9327

Marginal distributions were approximated by lognormal and Gamma distributions (similar to the previous case). The goodness-of-fit was measured by the Kolmogorov test (the 5% critical value equals 0.1175). The results of this testing are shown in Table 13.

Table 13

**Testing Results for the Marginal Distributions***Data source: Author's Calculations*

<i>Distribution Used</i>		<i>Parameters</i>	
ATX	Gamma	alfa	248.3217
		beta	0.0043
	Test value		0.0722
DAX	Lognormal	$\mu$	0.1550
		$\sigma$	0.0472
	Test value		0.0561
OMX	Lognormal	alfa	0.1893
		beta	0.0381
	Test value		0.08247

The simulation was done by the skew normal copula and skew *t*-copula.

The shape parameter  $\alpha_1$ , the scale parameter  $\Sigma_1$  for skew normal distribution, the shape parameter  $\alpha$  and the scale parameter  $\Sigma$  for skew *t*-distribution were all estimated from data using  $v=3$  with the above formulas.

As a result, the following estimates are obtained:

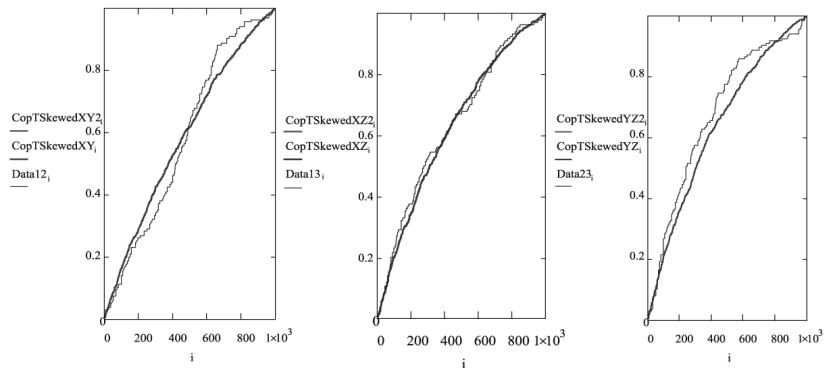
$$\hat{\alpha} = \begin{pmatrix} 1.696 * 10^{-3} \\ 9.282 * 10^{-4} \\ -8.83 * 10^{-4} \end{pmatrix} \quad \hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} 1.499 * 10^{-3} & 9.985 * 10^{-4} & 6.701 * 10^{-4} \\ 9.985 * 10^{-4} & 1.015 * 10^{-3} & 5.155 * 10^{-4} \\ 6.701 * 10^{-4} & 5.155 * 10^{-4} & 7.095 * 10^{-4} \end{pmatrix}$$

and

$$\hat{\alpha}_1 = \begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.013 \\ -0.015 \end{pmatrix} \quad \hat{\Sigma}_1 = \begin{pmatrix} 4.497 * 10^{-3} & 2.996 * 10^{-3} & 2.01 * 10^{-3} \\ 2.996 * 10^{-3} & 3.044 * 10^{-3} & 1.546 * 10^{-3} \\ 2.01 * 10^{-3} & 1.546 * 10^{-3} & 2.129 * 10^{-3} \end{pmatrix}$$

In the simulation experiment triples from skew normal and *skew t*-copula were simulated to model the joint 3-variate distribution of indices. The number of replications was 100.

The Genest-Rivest construction was used to check accordance between sample data and simulated data for each coordinate plane. Simulation results show that the best approximation is reached by a *skew t*-copula with  $v=3$  used to join given indices. The constructed univariate distribution functions from simulated data by *skew t*-copula and data in each coordinate plane are shown in Figure 10.

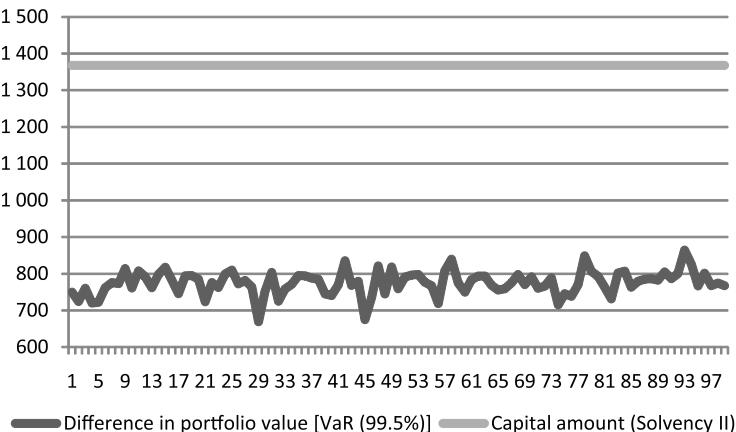


**Figure 10 Distribution modeling**

Data source: Author's Calculations

In order to fulfil the second study objective regarding the amount of capital necessary to cover possible losses arising from the market risk comparison between the actual amount of capital (calculation is based on the QIS5 Technical Specifications) and the amount of capital (calculation is based on the internal model using copula approach) is necessary.

The actual amount of capital for the portfolio consisting of three equity indexes was calculated as required in the Solvency II standards (further explanations can be found in QIS5 Technical Specifications) and amounted to 1 367.93 (see lighter line in Figure 11).



**Figure 11 Capital for Loss Coverage**

Data source: Author's Calculations

By forecasting the price of each index with a *skew t*-copula and determining the lowest possible index value (99.5% probability) compared to the actual index price in the beginning of the forecasting period, it is possible to conclude that the amount of capital necessary to cover the losses is on average (after 100 replications) corresponding to 775.47 (see darker line in Figure 11).

So that internal model provides a possibility to calculate capital amount necessary to cover possible losses, while the amount is evidently lower than using standard formula. Therefore, the second research objective of the current study can be considered as obtained.

In the current section, the algorithm of computation conditional risk measures and reserves to cover possible loss from market (equity) risk in the copula approach framework were shown. Therefore, it is possible to conclude that the approach described is appropriate for use in satisfying both regulatory requirements and internal risk management standards. The copula theory, which was utilized, provides an easy way to deal with otherwise complex multivariate modelling.

Based on the conclusions and results achieved in the fourth chapter it is possible to state that management of investment portfolios based on downside risk measures (*Lower Partial Moments* in particular case) and the copula approach provide an appropriate internal model for Latvian insurance companies, so that the hypothesis can be considered as proved.

## SUMMARY

### Conclusions

The main goal of the current research was to develop a financial portfolio management model as an internal model for insurance companies holding a small number of stocks, which would satisfy not only the regulatory requirements and internal risk management standards, but also allow dealing with otherwise complex multivariate modelling using generally available computation applications.

Due to the fact that so called “all in one solutions” like *Barra, Northfield, Wilshire* and others, all require considerable financial investments and present a kind of black box (as several estimation parameters and computation techniques are not completely disclosed), internal models are needed. The main conclusions of this dissertation can be summarized as follows:

1. Based on a brief analysis of European and Latvian insurance industries, it is possible to conclude that European and Latvian insurance companies, which have been affected by a decrease in sales and challenging market conditions during the latest world financial and economic crisis are de-risking portfolios and shedding questionable lines of business, while seeking to identify new sources of capital, when they need to allocate capital effectively among product lines and business units.
2. The latest financial market crisis emphasized that insurance companies have previously relied too heavily on quantitative models, external ratings and benchmarks. Moving forward, it will be important that new quantitative risk capital requirements under the Solvency II regime be defined by an appropriate risk management infrastructure, with proper internal processes and controls at all levels. The Solvency II regime does not just provide guidelines and solutions, it also allows the use of internal models.
3. New regulatory requirements (under Solvency II) will have a positive impact on the insurance market (while insuring improvement of policyholders’ protection, which should be achieved by improving the financial strength and flexibility of the insurance market and fostering better risk management by recognizing risk diversification and mitigation benefits), provide financial system stability and transparency, and in such a way contribute to stable economic development.
4. Based on an analysis of the traditionally applied Markowitz portfolio model, the main point of criticism can be formulated as follows: the  $(\mu, \sigma)$  decision principle constitutes the application of risk understanding of investors who fear missing the expected return, and penalize not only the downside, but

- also the upside return deviations from the mean, whereas upside return deviations from the mean should be considered as gain (or chance).
5. A literature review of existing risk measures based on portfolio optimization methods allows the author of this research to make classification and comparisons between three main approaches of risk capturing in the portfolio optimization: the first approach being based on the both-side risk understanding; the second approach based on down side risk understanding, and the third approach based on upside risk understanding, providing a platform for further investigations on the field.
  6. Portfolio management, based on the downside risk (particularly based on *Lower Partial Moments*) and mean, provides a better alternative in comparison to the classical approach, since it allows utilizing a risk measure corresponding with the risk understanding of the prevailing number of investors (risk as a danger of failing to achieve the predefined financial target). Any outcome above this reference point does not represent a financial risk and should be considered gain.
  7. The copula model has become a major tool for modelling and analyzing dependence structures between random variables (in contrast to the linear correlation, a copula captures the complete dependence structure inherent in a set of random variables), and has gained extra attention in the field of finance, while multidimensional modelling (also considering skewness) is less common in the scientific research.
  8. The differences between the  $(\mu, \sigma)$ -portfolio model and the  $(\mu, LPM_{t,2})$  portfolio models in asset allocation increase with the non-normality of return distributions as they are higher in the developing market than on the developed market. Thus, the approximation of both risk understandings with one portfolio model is not advisable.
  9. The realized performance of the  $(\mu, LPM_{t,2})$  model is better than that of the  $(\mu, \sigma)$  model, whereby the performance differences are higher on the developing market than in the developed market. Analysis of the realized performance clarifies the influences of different measures of risk and risk diversification in the  $(\mu, LPM_{t,2})$  optimized portfolios, underlying that primary disadvantage of the  $(\mu, \sigma)$  model is penalization of not only negative, but also positive return deviations, whereas the advantage of the  $(\mu, LPM_{t,2})$  model is the penalization of volatility only below the financial target.
  10. The copula approach, which is used for the determination of classical and conditional risk measures and the capital amount necessary to cover losses from market risk, fulfils the regulatory requirements as well as the internal risk management standards and provides an easy way to deal with otherwise complex multivariate modelling.
  11. The method used in the current research allows handling a large number of different instruments – stochastic risk measures and scenarios, while

conditional risk measure management constraints can be used in various applications to bind the percentiles of loss distributions. Thus, it can be maintained, that the model is an adequate tool for risk management in the insurance companies.

12. The internal model using *skew t*-copula and *Lower Partial Moments* in the process of investment portfolio management for Latvian insurance companies was developed.

## Prospects for Implementation

Based on the above conclusions, it is possible to formulate the following prospects for implementation in practice and further research in the field:

1. The author recommends that Latvian insurance companies, which are managing small stock portfolios using the model described as an internal model providing an appropriate tool for both risk management under the Solvency II regulatory requirements and asset allocation. The proposed internal model can include the usage of the  $(\mu, LPM_{t,2})$  optimization algorithm for asset allocation instead of the less appropriate classical  $(\mu, \sigma)$  model, and usage of the skew *t*-copula for asset price forecast and determination of Value at Risk, conditional risk measures and capital amount to cover possible losses from market risk instead of the normal copula.
2. The proposed internal model could be employed for Latvian regulatory institutions in the field of insurance for a company's business results evaluation purposes.
3. The author recommends using the *skew t*-copula model for asset price forecast and determination of classical and modern risk measures in commercial banks and leasing companies managing market risks.
4. Further research in this field is advised to examine the compliance of classical performance measures with the model described and evaluate further possibilities of "new" performance measures under the downside risk understanding approach. While no evaluation was done concerning the good fit of the performance measures, the usage of Sharpe and Sortino ratios were proposed in the current dissertation. Discussion in the literature (Schmidt-von Rhein, 2002; Portmann, 2000) proposes several evaluation approaches without any sound conclusions, hence there are no findings or proposals regarding the "new" performance measures.
5. The main findings from this study could be used for educational purposes for university students as a part of the courses covering portfolio management and risk management challenges.



BANKU AUGSTSKOLA

**Jekaterina Kuzmina**

**RISKA MĒRU IZMANTOŠANAS IESPĒJAS  
INVESTĪCIJU PORTFELŪ VADĪBĀ  
APDROŠINĀŠANAS SABIEDRĪBĀS**

Promocijas darba kopsavilkums

Nozare: vadībzinātne  
Apakšnozare: uzņēmējdarbības vadība

Zinātniskā vadītāja  
*Dr. math. prof. Gaida Petere*

Rīga 2011

Kuzmina, J. Riska mēru izmantošanas iespējas investīciju portfeļu vadībā apdrošināšanas sabiedrībās. Promocijas darba kopsavilkums. – Rīga, 2011. 88 lpp.

Iespists saskaņā ar 2011. gada 16. jūnija RISEBA Promocijas padomes sēdes lēmumu, protokols Nr. 13-3/2

Šis darbs izstrādāts ar Eiropas Sociālā fonda atbalstu projektā "Atbalsts Banku augstskolas doktora studiju īstenošanai".



## PROMOCIJAS DARBS IZVIRZĪTS BANKU AUGSTSKOLĀ UZNĒMĒJDARBĪBAS VADĪBAS ZINĀTNU DOKTORA GRĀDA IEGŪŠANAI

Promocijas darbs izstrādāts Banku augstskolā. Promocijas darbs doktora grāda iegūšanai vadībzinātnē publiski aizstāvēts 2011. gada 23. septembrī RISEBA promocijas padomē, RISEBA, Meža ielā 3, 214. telpā, plkst. 15.00.

### RECENZENTI

**Jānis Vucāns**, prof., Dr. math., Ventspils Augstskola (Latvija)

**Natālija Lāce**, prof., Dr. oec., Rīgas Tehniskā universitāte (Latvija)

**Irena Mačerinskienė**, prof., Dr. oec., Mykolo Romerio universitetas (Lietuva)

### APSTIPRINĀJUMS

Apstiprinu, ka esmu izstrādājusi šo promocijas darbu, kas iesniegts izskatīšanai RISEBA doktora grāda iegūšanai vadībzinātnē. Promocijas darbs nav iesniegts nevienā citā universitātē zinātniskā grāda iegūšanai.

Jekaterina Kuzmina

2011. gada 8. augustā

Promocijas darbs ir uzrakstīts angļu valodā, satur ievadu, 4 daļas, secinājumus un priekšlikumus, bibliogrāfisko sarakstu, 3 pielikumus, kopā 141 lappuse. Literatūras sarakstā ir 251 literatūras avots.

Ar promocijas darbu un tā kopsavilkumu var iepazīties RISEBA bibliotēkā Meža ielā 3 un tīmekļa vietnē [www.riseba.lv](http://www.riseba.lv)

Atsauksmes par promocijas darbu sūtīt: RISEBA Promocijas padomes sekretārei Lorelei Losānei, RISEBA, Meža iela 3, Rīga, LV-1048, Latvija. E-pasts: [loreta.losane@riseba.lv](mailto:loreta.losane@riseba.lv)  
Fakss: +371 67500252. Tālr.: +371 67807234.

ISBN 978-9984-746-12-8

## IEVADS

### Pētījuma būtība un aktualitāte

Latvijā investīciju portfeļi galvenokārt pieder bankām, apdrošināšanas sabiedrībām, pensiju un investīciju fondiem. Minētajiem institucionālajiem investoriem pieder vērtspapīri un valūtas tirgus aktīvi, kas tiek izmantoti, lai pārvaldītu aktīvu un pasīvu pozīcijas, diversificētu savu ieņēmumu bāzi, saglabātu likviditātes spilvenu un izpildītu uzņēmētās saistības. Lielākajai daļai portfeļu īpašnieku investīciju portfeļi veido svarīgu ieņēmumu aktīvu. Tādēļ investīciju instrumentu sarežģītības palielināšanās un izaicinošā tirgus situācija ir saasinājusi vajadzību pēc efektīvas investīciju portfeļu vadības.

Investīciju portfeļu vadības process ietver investīciju politikas izveidi, investīciju stratēģijas noteikšanu, kā arī izveidotā investīciju portfeļa uzraudzību. Svarīga nozīme šajā procesā ir dažādiem riska mēriem un to aprēķināšanas metodēm.

Jāuzsver, ka no 2007. gada banku darbību un to investīciju portfeļus reglamentē Bāzeles II (*Basel II*) prasības, bet “Maksātspējas II” (*Solvency II*) prasību piemērošanas process apdrošināšanas sektorā vēl nav pabeigts. Tādēļ īpaši svarīgi ir izpētīt riska mēru izmantošanas iespējas investīciju portfeļu vadībā, izstrādājot iekšējo modeli Latvijas apdrošināšanas sabiedrībām.

Pirms pasaules finanšu un ekonomiskās krīzes Baltijas valstis tika sauktas par “Baltijas tiģieri”, jo to ekonomika attīstījās visātrāk salidzinājumā ar citām Eiropas valstīm. Pieprasījuma pieaugums gan iekšzemē, gan ārvalstis kopā ar milzīgu ārvalstu kapitāla ieplūšanu, ieskaitot Eiropas Savienības struktūrfondus, strauji palielināja iekšzemes kopprodukta pieauguma tempus līdz divciparu skaitlim. Baltijas apdrošināšanas tirgus (ieskaitot arī Latvijas sabiedrības) bija tiešais labuma guvējs no šī ekonomiskā brīnuma.

No 2002. gada līdz 2007. gadam visu triju Baltijas valstu vietējie apdrošināšanas tirgi divkāršoja savu apjomu. Kamēr nedzīvības apdrošināšana neatpalika no vispārējās ekonomiskās attīstības, dzīvības apdrošināšanas sektors piedzīvoja uzplaukumu, kad dzīvības apdrošināšanas produkti kļuva par vienu no vispopulārākajām uzkrājumu stratēģijām.

No vienas pusēs, pēc uzplaukuma gadiem apdrošināšanas tirgus (gan dzīvības, gan nedzīvības apdrošināšana) cieta ekonomiskās lejupslīdes dēļ, jo ienākumi no pamatdarbības vairs neradīja ilgtspējīgu pieaugumu, tāpēc uzņēmumi bija spiesti gūt papildu ienākumus, veicot investīcijas, lai nodrošinātu sabiedrības ilgtspējīgu attīstību, bet, no otras pusēs, tieši finanšu tirgu dēļ investīciju ienākumi samazinājās.

Tāpat svarīgi atzīmēt faktu, ka, pateicoties ierobežojošai investīciju politikai un noteiktajām regulatora prasībām, apdrošināšanas sabiedrību investīciju portfelis galvenokārt sastāv no fiksēto ieņēmumu vērtspapīriem (obligācijām), bet akciju procents šajos portfelos ir ierobežots. Palielinoties akciju īpatsvaram investīciju portfeli, arvien svarīgāki kļūst investīciju portfeļa vadības instrumenti.

Pēdējā finanšu krīze pierādija, ka apdrošināšanas sabiedrības pārāk paļavās uz kvantitatīvajiem modeļiem, ārējiem reitingiem un standartiem. Turpinoties attīstībai, būtu svarīgi, lai jaunas kvantitatīvā riska kapitāla prasības standartā "Maksātspēja II" būtu nodrošinātas ar atbilstošu riska vadības infrastruktūru ar atbilstošiem procesiem un kontroli visos organizatoriskajos līmenos.

2001. gadā Eiropas Komisija uzsāka šo projektu, lai pārskatītu apdrošinātāju uzraudzības struktūru Eiropas mērogā, un 2007. gada jūlijā tika prezentēta "Maksātspējas II" Struktūras direktīva, kuras ieviešana visā Eiropā ir plānotā līdz 2012. gada beigām. Rūpējoties par iepriekšminēto standartu potenciālo ietekmi uz produktiem, procesiem un kapitālu, pašlaik apdrošinātājiem ir jāvirdzās tuvāk standartam "Maksātspēja II" un aktīvi jāgatavojas tā īstenošanai, lai gan svarīga nozīme ikdienas biznesā joprojām ir diviem jautājumiem – par attiecīgā riska vadību un par portfeļa vadību.

## **Pētījuma mērķis un galvenie uzdevumi**

Šī **pētījuma galvenais mērķis** ir izstrādāt investīciju portfeļa vadības modeli apdrošināšanas sabiedrībām, izmantojot apakšējos riska mērus. Modelim ir jāapmierina regulatoru prasības un iekšējie riska pārvaldes standarti, kā arī jāauj strādāt ar sarežģito daudzu parametru modelēšanu. Lai mērķi īstenotu, disertācijā jāizpilda šādi **galvenie uzdevumi**:

- jāapskata Eiropas un Latvijas apdrošināšanas tirgus situācija, pievēršot īpašu uzmanību apdrošināšanas sabiedrību investīciju portfeļu vadibai;
- jāizpēta un jāizvērtē portfeļu vadības klasiskās metodes;
- jāizanalizē citu pieeju teorētiskie pamati, kur izmantoti apakšējie riska mēri (*downside risk measures*), īpaša uzmanība tiks veltīta *apakšējiem parciālajiem momentiem (Lower Partial Moments)* investīciju portfeļa vadības procesā;
- jāizpēta kopulu izmantošana finansēs, apskatot kopulu un kopulu saimes pamatdefinīcijas un īpašības un aprakstot jaunatklāto *asimetrisko t-kopulu (skew t-copula)* un tās priekšrocības salīdzinājumā ar citām iespējām;
- jāpielāvā iekšējais modelis, izmantojot *asimetrisko t-kopulu* un *apakšējos parciālos momentus* investīciju portfeļa vadības procesā;

- jāizstrādā vienkāršs portfeļa empiriskās pārbaudes algoritms ar *apakšējiem parciālajiem momentiem* un jānodrošina piejas veiksmīgas izmantošanas empiriskā pārbaude investīciju praksē;
- jāparāda, kā kopulu pieejу var izmantot portfeļu vadībā.

## Pētījuma objekts, priekšmets un hipotēze

**Pētījuma objekts** ir riska mērišanas veidi.

**Pētījuma priekšmets** ir riska mēru izmantošana investīciju portfeļu vadībā apdrošināšanas sabiedrībās.

**Pētījuma hipotēze** ir formulēta šādi: investīciju portfeļu vadība, kas ir balstīta uz apakšējiem riska mēriem un kopulām, nodrošina atbilstošu instrumentu (iekšējais modelis), pārvaldot Latvijas apdrošināšanas sabiedrībām piederošus investīciju portfeļus.

## Pētījuma metodes

Pētījumā izmantotas vispārpieņemtās zinātniskās kvalitatīvās un kvantitatīvās metodes, ieskaitot monogrāfisko metodi, analīzi un sintēzi, logisko izvērtējumu, modelēšanas metodes un hipotēzes pierādišanu. Empīriskajai izpētei izmantotas *Excel* un *Matcad* programmatūras, dati iegūti no *Bloomberg* informācijas sistēmas.

## Ierobežojumi

Riska mēru izmantošana investīciju portfeļu vadībā aptver ļoti plašu jautājumu loku. Dizertācijas ierobežotā apjoma un pētījuma objekta un priekšmeta specifikas dēļ noteikti šādi ierobežojumi:

- pētījumā analizētas finanšu sabiedrības (izņemot pensiju fondus), kā tas ir definēts EKS 95;
- pētījums un empiriskā izpēte aprobežojas ar *apakšējiem parciālajiem momentiem* (kas ir viens no apakšējiem riska mēriem) un normālu, asimetrisko un *asimetrisko t-kopulu*;
- pētījuma periods aptver laika posmu no 2000. līdz 2010. gadam;
- empiriskā izpēte un iegūtie rezultāti ir balstīti uz māksligi izveidotu investīciju portfeli, kas sastāv no akciju indeksiem;
- pētījums ir ierobežots ar riska analizes un riska novērtēšanas procesu riska pārvaldības ietvaros, kā tas ir definēts ISO 31000 : 2009 standartos.

## Pētījuma periods

Teorētiskās daļas pētījuma periods ietver laika posmu no XX gadsimta otrās daļas līdz mūsdienām, īpašu uzmanību pievēršot riska mēru aprēķināšanas metodēm. Izpētes praktiskajā daļā analizēti 2000.–2010. gada dati.

### Promocijas darba aizstāvamās tēzes

- Izaicinošā tirgus vide un jaunās normatīvās prasības (“Maksātspēja II” režīms) liek Latvijas apdrošināšanas sabiedrībām izstrādāt un ieviest iekšējos modeļus kapitāla un riska pārvaldības ietvaros.
- *Apakšējie parciālie momenti* nodrošina vienkāršu un efektīvu veidu investīciju portfelju vadības procesā salīdzinājumā ar klasisko portfelju optimizācijas pieeju; instrumentārijs ir piemērots Latvijas apdrošināšanas sabiedrībām, kuru investīciju portfeli ir neliels akciju skaits.
- *Asimetriskā t-kopula* atbrīvo no Gausa kopulas trūkumiem un piedāvā vienkāršu metodi plaša portfeļa riska vadības problēmu loka risināšanai. Izstrādāta metode ļauj noteikt dažādus stohastiskus riska mērus un scenārijus.

### Pētījuma teorētiskā un metodoloģiskā bāze

Līdz XX gadsimta otrajai pusei investīciju pasaulē dominēja tradicionālā vērtspapīru analize, kurā lēmumi par investīcijām tika balstīti uz globālās ekonomikas, sektoru un atsevišķu uzņēmumu attīstību. 20. gs. 50. gados divi autori *Markowitz* un *Roy Sniedza* jaunu fundamentālu pieeju finansēm un piedāvāja investoriem jaunu kvantitatīvo instrumentu – ienesīguma un riska lēnuma – modeļus, kuri ļauj piešķirt kapitālu, izvērtējot individuālās riska un ienesīguma vēlmes. *Markowitz* piedāvāto fundamentālo koncepciju paplašināja *Sharpe*, *Litner* un *Mossin*, kamēr tika izstrādāts slavenais kapitāla aktīvu vērtēšanas modelis (*Capital Asset Pricing Model*), un jau ilgāku laiku tas tiek uzskatīts par standartu jebkuram jaunam investora uzvedības novērošanas modelim.

70. gadu galvenais sasniegums portfelju vadības jomā bija *Black* un *Scholes* opcijas novērtēšanas modelis (*Option Pricing Model*) un *Ross* izstrādātā arbiträžas cenu veidošanās teorija (*Arbitrage Pricing Theory*). Nākamais solis bija 80. gadu *ARCH* un *GARCH* modeļu izstrāde, kuros izmantots pieņēmums par finanšu tirgus īslaicīgo atmiņu.

Visbeidzot, sācot no 90. gadiem, nozīmigu lomu portfelju vadībā ieņēma jauns riska mērs – riskam pakļautā vērtība (*Value at Risk*). Vēlāk pieeju pārnēma

*Leibowitz* un *Henriksson* un nosauca to par “iztrūkuma risku” (*shortfall risk*). Stohastisko plānoto ienesīgumu turpināja skaidrot *Leibowitz*, *Kogelman* un *Bader*, *Jaeger* un *Zimmermann*. Vispārēju literatūras apskatu par riska mēriem sniedza *Albrecht*.

Apakšējo riska mēru izpētes jaunais laikmets sākās ar *Bawa* un *Fishburn* izstrādāto darbu par *apakšējiem parciālajiem momentiem*. *Bawa* un *Lindberg* ņēma vērā vērtspapīru apakšējo riska mēru diversifikāciju un piedāvāja ienesīguma kopējās kustības mēru zem plānotā ienesīguma. *Bookstaber* un *Clarke* darbojās ar opciju portfeliem un atklāja nepieciešamību pēc ienesīguma sadales papildu momentiem. Aktīvu vērtības noteikšanas modeli ar vispārināto *apakšējo parciālo momentu* struktūru izstrādāja *Harlow* un *Rao*. *Apakšējo parciālo momentu* – portfeļa modeļa saistību ar kapitāla tirgus teoriju risināja *Nawrocki*. Kopš 90. gadiem apakšējie riska mēri piesaista aizvien jaunus pētniekus: *Harlow*; *Sortino* un *Price*; *Nawrocki*; *Stevenson*; *Morton*, *Popova* un *Popova*; *Danielsson* u. c.; *Vercher*, *Bermúdez* un *Segura*; *Pinar*; *Bali*, *Demitras* un *Levy*; *Liang* un *Park*.

Kopulu modeļi ir kļuvuši par galveno statistikas instrumentu, lai modelētu un analizētu atkarības struktūras ar nejaušiem mainīgajiem lielumiem. Tas noticis tādēļ, ka salīdzinājumā ar lineāro korelāciju kopula pārklāj pilnīgu atkarību struktūru, kura ir raksturīga nejaušiem mainīgajiem lielumiem, kā uzsvērts *Embretches* un citu autoru zinātniskajos pētījumos.

Kopulas ir piesaistījušas daudz uzmanības, analizējot finanšu tirgu sakarības, šo problēmu ir pētījuši šādi autori: *Rodriguez*; *Chen* un *Poon*; *Malevergne* un *Sornette*; *Junker* un *May*; *Dowd*; *Martellini* un *Meyfredi*; *Li*; *Bielecki* u. c.; *Bouye*; *Longin* un *Solnik*; *Glasserman* u. c. Baltijas valstis šajā jomā iesaistījušies šādi autori: *Kollo* un *Petttere*; *Matvejevs* un *Šadurskis*; *Jansons*, *Kozlovskis* un *Lāce*.

## Pētījuma zinātniskā novitāte

Pētījuma zinātniskā novitāte un galvenie sasniegumi ir šādi:

- pierādīts, ka *apakšējie parciālie momenti* (kā viens no apakšējiem riska mēriem) nodrošina vienkāršu un efektīvu veidu investīciju portfeļu vadības procesā salīdzinājumā ar klasisko portfeļu optimizācijas pieju;
- instrumentārijs ir piemērots Latvijas apdrošināšanas sabiedrībām, kurām investīciju portfelī ir neliels akciju skaits;
- Gausa kopulas vietā izmantota *asimetriskā t-kopula* (kuru 2010. gadā izstrādāja *Kollo* un *Petttere*), jo tā pārvar Gausa kopulas trūkumus un piedāvā vienkāršu metodi plaša portfeļa riska pārvaldes problēmu loka risināšanai;

- izstrādātā metode ļauj apstrādāt dažādu skaitu instrumentu – stohastiskā riska mērus un scenārijus – un sniedz iespēju noteikt katra riska mēra aprakstošo statistiku;
- pierādīts, ka izmantotā metode ļauj modelēt kapitāla daudzumu, kas apmierina iekšējā riska pārvaldes modeļu prasības.

## **Pētījuma aprobācija**

Promocijas darba autore ir piedalijusies 14 zinātniskajās konferencēs Latvijā un ārzemēs:

1. Eurasia Business and Economics Society (EBES) 2011 Conference – Istanbul (Turcija, 2011. gada jūnijs).
2. International Conference “Current Issues in Management of Business and Society Development – 2011” (Latvija, 2011. gada maijs).
3. International Research Conference “Changes in Global Economic Landscape – in Search for New Business Philosophy” (Latvija, 2011. gada aprīlis).
4. 16th International Scientific Conference “Economics and Management-2011 (ICEM-2011)” (Čehija, 2011. gada aprīlis).
5. International Scientific Conference on Management and Sustainable Development – Yundola University of Forestry (Bulgārija, 2011. gada marts).
6. International Conference on Quantitative Finance “Advances for Exchange Rates, Interest Rates and Asset Management” (Vācija, 2010. gada maijs).
7. 3rd International Scientific Conference “Business competitiveness in local and foreign markets: challenges and experiences” (Latvija, 2010. gada aprīlis).
8. 15th International scientific conference “Economics and Management – 2010” (Latvija, 2010. gada aprīlis).
9. International Scientific Conference on Management and Sustainable Development – Yundola University of Forestry (Bulgārija, 2010. gada marts).
10. 8th Hellenic Finance and Accounting Association (H.F.A.A.) Conference in cooperation with University of Macedonia, Thessalonica (Grieķija, 2009. gada decembris).
11. International Scientific Conference “Insights into the Sustainable Growth of Business” (Lietuva, 2009. gada novembris).
12. 50th International Scientific Conference of RTU “Scientific Conference on Economics and Entrepreneurship” (Latvija, 2009. gada oktobris).

13. International Conference “Economies of Central and Eastern Europe: Convergence, Opportunities and Challenges” (Igaunija, 2009. gada jūnijs).
14. 49th International Scientific Conference of RTU “The problems of Development of National Economy and Entrepreneurship” (Latvija, 2008. gada oktobris).

Promocijas darba izstrādāšanas gaitā autore ir publicējusi 22 zinātniskos rakstus.

#### **Raksti vispāratzītos starptautiskos recenzējamos izdevumos**

1. Kuzmina, J. & Voronova, I. “Development of Investment Risk Management Models for Insurance Companies,” *Economics and Management*, Number 16 (2011); ISSN 1822-6515; pp. 1147–1153.
2. Kuzmina, J., Pettere, G. & Voronova, I. “Investments by Insurance Companies – Challenges and Opportunities,” *Economics and Management*, Number 15 (2010); ISSN 1822-6515; pp. 979–985.
3. Kuzmina, J., Pettere, G. & Voronova, I. “Conditional Risk Measure Modelling for Latvian Insurance Companies,” *Perspectives of Innovations, Economics and Business*, Vol. 3 (2009); ISSN 1804-0519 (Print), ISSN 1804-0527 (Online); pp. 59–61.

#### **Raksti zinātniskajos recenzējamos izdevumos**

4. Kuzmina, J. “Latvian Insurance Companies – Sustainable Development in Challenging Environment,” *Management and Sustainable Development* (2011), pp. 1–5; (accepted for publication).
5. Kuzmina, J. “Risk Management for Sustainable Growth,” *Management and Sustainable Development*, Vol. 26, Number 2 (2010); ISSN 1311-4506; pp. 25–30.
6. Kuzmina, J. “Risk Management for Sustainable Growth. Do we need a new approach?” *Journal of Business Management*, Number 3 (2010); ISSN 1691-5348; pp. 115–122.

#### **Citas publikācijas**

7. Kuzmina, J. “Internal Risk Management Models for Insurance Companies,” *EBES 2011 Conference – Istanbul. Program and Abstract Book*; Istanbul 2011; p. 69.
8. Kuzmina, J. “Internal Risk Management Models for Insurance Companies,” *EBES 2011 Conference – Istanbul. Conference Proceedings (CD)*; Istanbul 2011; pp. 717–733.
9. Kuzmina, J. “Use of Lower Partial Moments in Portfolio Management,” *Abstract of Reports “Current Issues in Management of Business and Society Development – 2011”*; Riga 2011; ISBN 978-9984-45-347-7; p. 84.

10. Kuzmina, J. "Use of Lower Partial Moments in Portfolio Management," *Conference Proceedings (CD) "Current Issues in Management of Business and Society Development - 2011"*; Riga 2011; ISBN 978-9984-45-347-7; pp. 361–372.
11. Kuzmina, J. & Voronova, I. "Development of Investment Risk Management Models for Insurance Companies," *Program and Reviewed Abstract Book "16th International Conference "Economics and Management"*; Brno, 2011; ISSN 978-80-214-4279-5; pp. 370–371.
12. Pettere, G. & Kuzmina, J. "Copula Approach for Downside Risk Measures in Portfolio Management," *Book of Abstracts. International Conference on Quantitative Finance "Advances for Exchange Rates, Interest Rates and Asset Management"*; Hannover 2010; p. 1.
13. Pettere, G. & Kuzmina, J. "Copula Approach for Downside Risk Measures in Portfolio Management," *Conference Proceedings (CD). International Conference on Quantitative Finance "Advances for Exchange Rates, Interest Rates and Asset Management"*; Hannover 2010; pp. 1–13.
14. Kuzmina, J. "Financial Portfolios Construction with Lower Partial Moments – Some Ideas from Theory and Practice," *Abstracts of Reports. 8th Hellenic Finance and Accounting Association (H.F.A.A.)*; Thessalonica 2009; p. 76.
15. Kuzmina, J. "Financial Portfolios Construction with Lower Partial Moments – Some Ideas from Theory and Practice," *Conference Proceedings (CD). 8th Hellenic Finance and Accounting Association (H.F.A.A.)*; Thessalonica 2009; pp. 1–20.
16. Kuzmina, J., Pettere, G. & Voronova, I. "Investments by Insurance Companies – Challenges and Opportunities," *Programme and Collected Abstracts of International Conference "Economics and Management – 2010"*; Riga 2010; ISBN 978-9934-10-018-5; pp. 77–78.
17. Kuzmina, J. "Risk management for sustainable growth," *Programme and Abstracts. 12th International Scientific Conference on Management and Sustainable Development*; Yundola, 2010; ISSN 1691-5348; pp. 78–79.
18. Kuzmina, J., Pettere, G. & Voronova, I. "Portfolio's Conditional Risk Measure Modelling of Insurance Companies," *Book of Abstracts. 50th International Scientific Conference of RTU Scientific Conference on Economics and Entrepreneurship*; Riga 2009; ISBN: 978-9984-32-173-8; p. 29.
19. Kuzmina, J., Pettere, G. & Voronova, I. "Portfolio's Conditional Risk Measure Modelling of Insurance Companies," *Conference Proceedings (CD). 50th International Scientific Conference of RTU Scientific Conference on Economics and Entrepreneurship*; Riga 2009; ISBN: 978-9984-32-173-8; pp. 128–136.

20. Kuzmina, J. "Portfolio Construction with Lower Partial Moments (2;π) – An Overview," *Conference Proceedings (CD). Economies of Central and Eastern Europe: Convergence, Opportunities and Challenges*; Tallinn 2009; ISBN: 978-9949-430-28-4; pp. 1–13.
21. Kuzmina, J. "Portfolio Construction with Lower Partial Moments," Conference Proceedings (CD). *49th International Scientific Conference of RTU "The Problems of Development of National Economy and Entrepreneurship"*; Riga 2008; ISBN: 978-9984-32-567-5; pp. 1–7.
22. Kuzmina, J. "Portfolio Construction with Lower Partial Moments," *Book of Abstracts. 49th International Scientific Conference of RTU "The Problems of Development of National Economy and Entrepreneurship"*; Riga 2008; ISBN: 978-9984-32-567-5; pp. 89–90.

Promocijas darba rezultāti prezentēti teorētiskā seminārā, ko organizē Latvijas Ekonometristu asociācija (prezentācijas tēma: *Kopulas un aktīvu pārvalde Latvijas Apdrošināšanas kompānijās* – <http://www.ekonometrija.lv/?sa=aktual/16>).

Promocijas darba rezultāti iesniegti izskatīšanai BTA apdrošināšanas sabiedrībā.

Zinātniskie rezultāti apspriesti starptautiskajās vasaras universitātēs Latvijā un Itālijā:

1. 9<sup>th</sup> Summer school for Doctoral Students in Finance, Institutions and History "Crises, panics and manias in financial history" hosted at Department of Economics, Universita di Ca Fosari, Venice (Itālija, 2009. gada septembris).
2. I.S.E.O International graduate summer school "Financial Markets in the World Economy" (Itālija, 2009. gada jūnijs).
3. 8<sup>th</sup> Summer school for Doctoral Students in Finance, Institutions and History "War and Finance" hosted at Department of Economics, Universita di Ca Fosari, Venice (Itālija, 2008. gada septembris).
4. International Scientific Seminar for Doctoral Students "Development of Research Methods: Management of Knowledge" (Latvija, 2008. gada augusts).

Promocijas darba rezultāti daļēji izmantoti, gatavojot rakstus publikācijām biznesa nozares avīzē "Bizness & Baltija" (rakstu kopējais skaits pārsniedz 70).

## Darba struktūra un apjoms

Promocijas darbs ir neatkarīgs pētījums, kas sastāv no ievada, četrām nodaļām, noslēguma secinājumiem un priekšlikumiem, izmantotās literatūras saraksta, pielikumiem. Tā kopējais apjoms ir 136 datorsalikuma lappuses, neskaitot pielikumus. Promocijas darbā iekļautas 23 tabulas, 34 attēli, kas paskaidro un ilustrē pētījumu saturu. Promocijas darba izstrādē izmantoti 200 dažādi literatūras avoti, kas apkopoti literatūras sarakstā. Promocijas darbam ir šāda struktūra:

### **Ievads**

#### **1. Apdrošināšanas tirgus izaicinošā tirgus vidē**

- 1.1. Eiropas apdrošināšanas tirgus pārskats
  - 1.1.1. *Dzīvības apdrošināšanas sabiedrību darbības vide*
  - 1.1.2. *Nedzīvības apdrošināšanas sabiedrību darbības vide*
  - 1.1.3. *Citi jautājumi*
- 1.2. Latvijas apdrošināšanas tirgus analize
- 1.3. "Maksātspēja II" kā jauns izaicinājums un iespēja apdrošināšanas sabiedrībām

#### **2. Klasiskās metodes investīciju portfeļu vadībā**

- 2.1. Riska mēri un to izmantošana investīciju portfeļu vadības procesā
- 2.2. *Markowitz* portfeļa vadības modeļa izmantošana investīciju portfeļu vadības procesā

#### **3. Modernās metodes investīciju portfeļu vadībā**

- 3.1. *Apakšējo parciālo momentu* izmantošana investīciju portfeļu vadībā
  - 3.1.1. *Apakšējo parciālo momentu vēsturiskā attīstība*
  - 3.1.2. *Apakšējo parciālo momentu pamatelementi un to izmantošana investīciju portfeļu vadībā*
- 3.2. Kopulu pieeja investīciju portfeļu vadībā
  - 3.2.1. *Kopulu definīcija un Sklar teorēma*
  - 3.2.2. *Kopulu saimes*
  - 3.2.3. *Kopulu pielietošana investīciju portfeļu vadībā*

#### **4. Empīriskie pētījumi: iekšējais modelis Latvijas apdrošināšanas sabiedrībām**

- 4.1. Ievads empīriskajos pētījumos
- 4.2. *Apakšējo parciālo momentu* izmantošana investīciju portfeļu vadībā
- 4.3. Kopulu pieejas pielietošana investīciju portfeļu vadībā
  - 4.3.1. *Iekšējais modelis nosacītā riska noteikšanai*
  - 4.3.2. *Iekšējais modelis kapitāla noteikšanai*

### **Secinājumi un priekšlikumi**

### **Literatūras saraksts**

## GALVENIE ZINĀTNISKIE ATZINUMI

### 1. Apdrošināšanas tirgus izaicinošā tirgus vidē

*Pirmajā nodaļā ir 28 lpp., 2 tabulas un 10 attēli*

Pirmajā nodaļā autore analizējusi pašreizējo situāciju Latvijas apdrošināšanas tirgū un nonākusi pie secinājuma, ka Latvijas apdrošināšanas sabiedrības, kuras ir ietekmējis pārdošanas kritums un izaicinošie tirgus apstākļi, pēc 2008. gada samazinājušas savus portfelu riskus un atbrīvojušās no nepelnošiem biznesa veidiem. Sabiedrības meklē veidus, kā identificēt jaunus ieņēmumu avotus, kā arī mēģina lietderīgi sadalīt esošos resursus starp dažādām produktu līnijām un biznesa vienībām, tādēļ īpaši svarīgi klūst jautājumi par riska vadību atbilstoši "Maksātspējas II" prasībām un piemērotas portfelu vadības metodes.

"Maksātspējas II" prasības stingrāk disciplinēs riska vadību apdrošināšanas sabiedribās. Dokuments uzsver to, ka riska pārvaldības sistēma ir jāizveido un jāvada apdrošināšanas sabiedribās saskaņā ar ierastajām riska vadības metodēm: riska noteikšana, pielaujamā riska apjoma identifikācija un mērišana, uzņemto risku vadība, uzraudzība un komunikācija, kā arī kapitāla pietiekamības novērtējums.

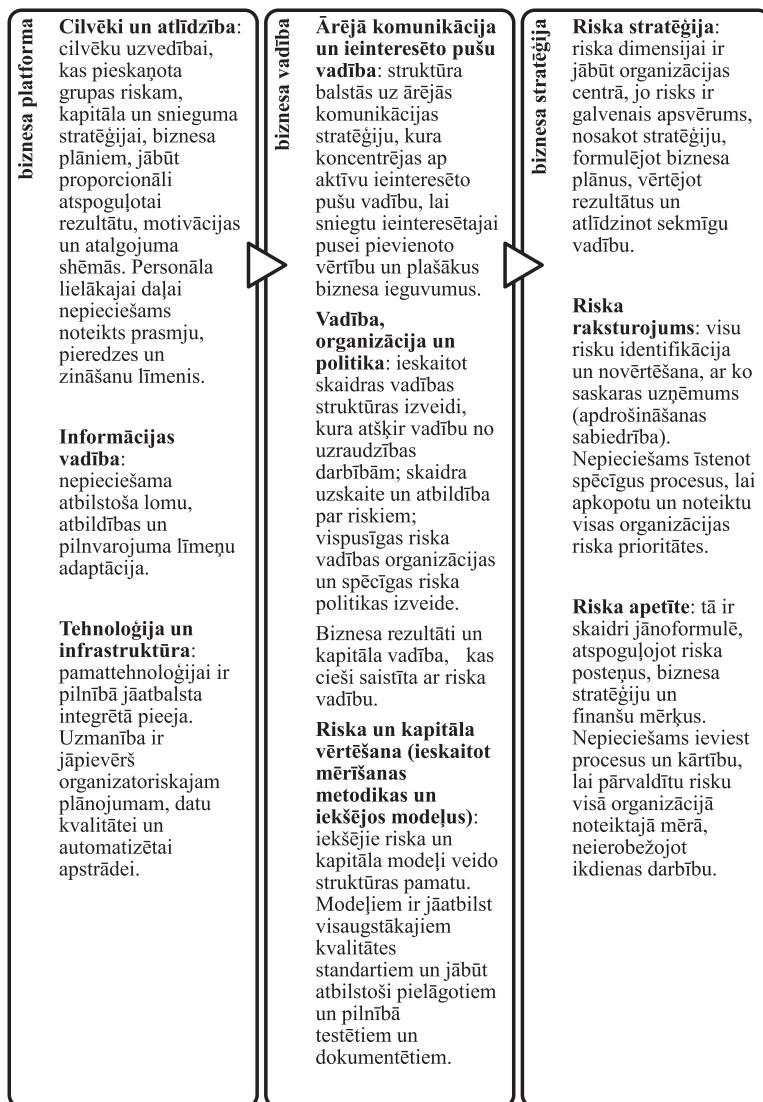
Tomēr viens no lielākajiem izaicinājumiem, arī vislaikietilpīgākais, ir saistīts ar uzvedības izmaiņām finanšu tirgos un grūtībām skaidri noteikt tirgus dalībnieku riska apetīti. Pēdējā finanšu krize vēl reizi parādīja to, ka apdrošināšanas biznesa veiksmes pamatā ir efektīva riska vadība. Uzņēmumu padomes un valdes, investori un reitinga aģentūras saasinājuši savu uzmanību uz riska vadību, ņemot vērā tirgus nestabilitāti un nepārtraukto kapitāla resursu ierobežojumu.

"Maksātspēja II" paceļ likmes vēl augstāk, liekot apdrošinātājiem attīstīt sistemātisku riska pārvaldes struktūru, kas spēj nodrošināt to, ka riska apsvērumi tiek pienācīgā veidā saprasti un vadīti, kā arī integrēti lēmumu pieņemšanas procesos.

Pirmajā daļā precizēts, ar ko jaunie standarti ir saistīti praksē, ieskaitot to, kādā veidā sabiedrības struktūrai vajadzētu būt izveidotai un vadītai un kā standarti ietekmēs biznesa vadīšanas metodes. Pamatojoties uz literatūras izpēti (Krause, 2006; Gallati, 2003) un *Pricewaterhouse Coopers* prezentāciju (2010), iespējams izstrādāt šādu integrēto riska pārvaldes struktūru saskaņā ar "Maksātspējas II" prasībām, kura nodrošina stratēģiskās vadlinijas, organizatorisko realizāciju un riska identifikācijas un novērtēšanas pamata infrastruktūru.

Turpmāk prezentēti un aprakstīti 10 riska pārvaldes struktūras elementi, kas ir jāaplūko trīs līmeņos: biznesa stratēģija, biznesa vadība un biznesa platforma.

Jāuzsver, ka veiktā pētījuma intereses centrā atrodas tāds struktūras elements kā riska un kapitāla vērtēšana (ieskaitot mērišanas metodikas un iekšējos modeļus).



### 1. attēls. Riska pārvaldes struktūra

Informācijas avots: autore veidots attēls.

## 2. Klasiskās metodes investīciju portfeļu vadībā

*Otrajā nodaļā ir 20 lpp., 3 tabulas un 7 attēli*

Pētijuma otrā nodaļa piedāvā *Markowitz* portfeļa modeļa analīzi, apskata šī modeļa īpatnības, kas to padara par vispopulārāko portfeļa vadības modeli, un modeļa ierobežojumus. Galvenā klasiskā *Markowitz* lēmuma principa kritika ir par investoru riska izpratnes piemērošanua, pēc kuras investors baidās pazaudēt gaidīto ienesīgumu un soda ne tikai negatīvās, bet arī pozitīvās novirzes no vidējiem ienesīguma mēriem. Pie tam nodaļā piedāvāts ieskats dažādos riska mēros (tradicionāls riska mērs – riskam pakļauta vērtība – izanalizēts sīkāk) un aprakstīts riska mēru lietojums portfeļa optimizācijas ietvaros. Kritiskie riska noteikšanas veidi atspoguļoti trīs dažādās pieejās portfeļu optimizācijas ietvaros, kas parādās literatūrā (klasifikāciju izstrādājusi autore).

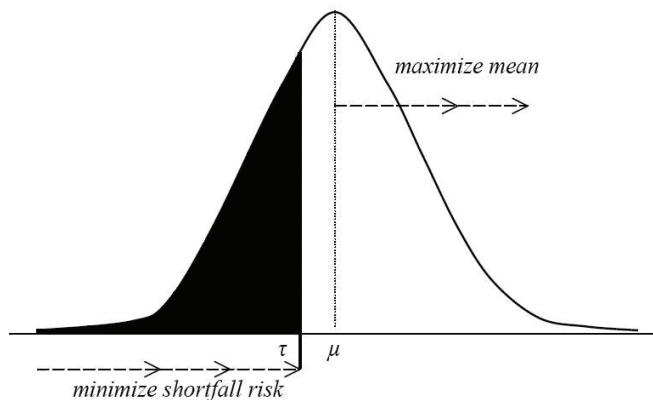
- Pieeja, kas balstīta uz abpusēju risku: šī pieeja orientējas uz risku, kas tiek raksturots kā abpusējas svārstības ap kādu atskaites punktu. Risks, kuru mēra ar novirzi *Markowitz* ( $\mu$ ,  $\sigma$ ), portfeļa modeli ir vispopulārākais šīs pieejas mērs. Citi apskatītie riska mēri: *vidējais aritmētiskais; mediāna; vidējā novirze; novirze; asimetrija; ekscesa koeficients; beta faktors; vidējā Gini atšķirība; entropija; izsekošanas klūda.*
- Pieeja, kas balstīta uz apakšējo (negatīvās puses) risku: šim veidam būtisks ir riska mērs, kas paļaujas uz rezultātiem un varbūtībām zem kāda atskaites punkta, kurš tiek izvēlēts vai nu subjektīvi, vai objektīvi. Šīs tēmas svarīguma dēļ daži riska mēri un to piemērošana sīkāk aplūkoti trešajā nodaļā. Apskatītie riska mēri: *negatīvās puses beta faktors; vidējā absolūtā pusnovirze; minimālā peļņa; riskam pakļautā vērtība; nosacītā riska vērtība; izsekošanas klūda; iztrūkuma risks un apakšējie parciālie momenti.*
- Pieeja, kas balstīta uz augšējo (pozitīvās puses) risku: šim veidam būtisks ir riska mērs, kas paļaujas uz rezultātiem un varbūtībām virs kāda atskaites punkta. Apskatītie riska mēri: *iespēju iespējamība; iespēju gaidīšana; iespēju novirze; iespēju asimetrija; iespēju ekscesa koeficients.*

## 3. Modernās metodes investīciju portfeļu vadībā

*Trešajā nodaļā ir 23 lpp., 1 tabula un 4 attēli*

Trešajā nodalā aplūkotas modernas portfeļu teorijas izstrādnes. Sākumā apskaitītas investīciju portfeļa vadības metodes (kas balstās uz apakšējiem riska mēriem), teorētiskais pamatojums un noskaidrotas investīciju praksē lietojamās pieejas. Viena no metodēm ir portfeļu vadība, izmantojot *apakšējo parciālo momentu*. Risks, kas aprakstīts kā *apakšējais parciālais moments (LPM)*, ir risks

iegūt ienesīgumu zem noteiktā minimālā vēlamā peļņas līmeņa, tādēļ jebkurš rezultāts virs šī atskaites punkta vairs netiek uzskatīts par risku, bet tiek saprasts kā iespēja. Rezultātā *LPM* samazināšana optimizācijas algoritmā saglabā iespēju sasniegt augstāko ienesīguma līmeni (virs atskaites punkta) atšķiribā no klasiskā modeļa. 2. attēlā piedāvāts grafiskais raksturojums.



2. attēls. Apakšējie parciālie momenti – grafiskais izskaidrojums ( $\tau$  – noteikts minimālais vēlamais peļņas līmenis;  $\mu$  – vidējais aritmētiskais)

*Informācijas avots: Schmidt-von Rhein (2004).*

Kopulu modeli ir kļuvuši par galveno instrumentu atkarības struktūru modelēšanā un analizēšanā ar nejaušiem mainīgajiem, jo pretstatā lineārajai korelācijai kopula ir spējīga ietvert sevī pilnu korelācijas struktūru, kura ir raksturīga katram nejauši izvēlētam lielumam. It īpaši finansēs kopulas ir piesaistījušas daudz uzmanības finanšu tirgu sakarību analīzē, riskantu akciju portfelju analīzē utt. Lai piedāvātu labāku risinājumu abiem apskatāmajiem jautājumiem – investīciju portfelja vadībai un riska vadībai – izmantotas iepriekš aprakstītās pieejas; nodaļa piedāvā pieeju teorētisko pamatojumu.

#### 4. Empīriskie pētījumi: iekšējais modelis Latvijas apdrošināšanas sabiedrībām

*Ceturtajā nodaļā ir 30 lpp., 17 tabulas un 13 attēli*

#### *Apakšējo parciālo momentu izmantošana portfelja vadībā*

Kapitāla piešķiršana un portfelju vadība ir svarīgi jautājumi Latvijas apdrošināšanas sabiedrībām, it īpaši laikā, kad nepieciešams segt zaudējumus no

pamatdarbibas veidiem, kā jau minēts disertācijas pirmajā daļā. Kapitāla piešķiršanas lēmums nav atsevišķa izvēle, bet drīzāk tas ir strukturēts četru pakāpu investīciju portfela vadības process, kas nekad nebeidzas. Jautājuma svarīguma dēļ investīciju portfela vadības process apskatīts sīkāk, iekļaujot šajā procesā investīciju portfela izveides algoritmu ar *apakšējiem parciālajiem momentiem – LPM*. Investīciju portfeliu izveides procesā, pieņemot lēmumu par investīcijām (kapitāla piešķiršanu), investori vairāk uztraucas par savu portfeliu negatīvajām kustībām, kad viņu plānotais ienesīgums netiek sasniegts, nekā domā par augšējo potenciālu. Līdz ar to galvenā iepriekšējā nodaļā pieminētā algoritma doma ir saistīta ar kapitāla piešķiršanas iespējam, pamatojoties uz apakšējo risku. *LPM* esamību – riska mēru, kas norāda portfela plānotā un reālā ienesīguma starpību kvadrātā, – apstiprina dominance, kas ir vienāda ar stohastisko trešās kārtas dominanci. Tādējādi otrs pakāpes *LPM* realizē *Bernoulli* principa kritēriju, un tādēļ to var izmantot, pieņemot lēmumus riska apstākļos (Maurer un Valiani, 2007; Estrada, 2008).

Pirmais solis investīciju portfela vadības procesā ir uzdevums apdrošināšanas sabiedrības vadībai (vai nu izmantojot iekšējos resursus – uzņēmuma komandu, vai ar ārējā investīciju padomdevēja palīdzību) izveidot investīcijas politikas ziņojumu. Ziņojums ir jāsaprot kā ceļa karte, kurā investoram jānorāda riska veidi, kurus tas ir gatavs uzņemties (nosakot *riska novēršanas kritēriju* –  $\alpha$ , kā to izskaidrojis Poddig, Brinkmann un Seiler (2005)), investīciju mērķus (kapitāla saglabāšanu, kapitāla pieaugumu pašreizējā ienākumu līmeni, nosakot plānoto ienesīguma mēru –  $\tau$ ) un ierobežojumus (piemēram, likviditāti, laika horizontu, nodokļu jautājumus, juridiskās un reglamentējošās prasības utt.). Tāpat kā laika gaitā investoru mērķiem ir jāmaiņas, politikas ziņojums ir periodiski jāpārskata un jāaktualizē. Investīciju process tiecas raudzīties nākotnē un noteikt stratēģijas, kas piedāvā labāko iespēju izpildīt politikas ziņojuma vadlīnijas, kuras noteiktas iepriekšējā solī.

Procesa otrajā solī – finanšu stratēģijas noteikšanā – vadibai ir jāizpēta pašreizējie finanšu un ekonomikas apstākļi un jāprognozē nākotnes tendencies, kurām nepieciešama nepārtraukta uzraudzība un atjaunināšana, lai atspoguļotu gaidāmās tirgus izmaiņas.

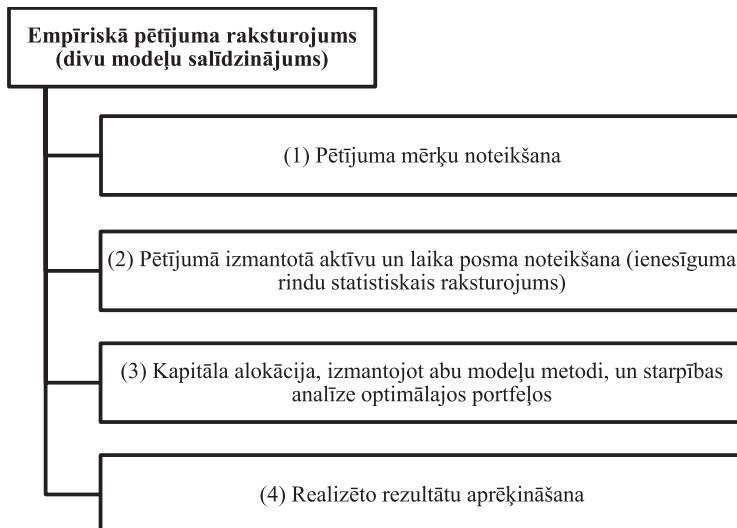
Trešais investīciju portfela vadības procesa solis ir portfela izveide. Izmantojot investīciju politikas ziņojumu un finanšu tirgus prognozi kā izejas datus, investīciju stratēģija tiek ištenota, nosakot kapitāla piešķiršanu valstīs, aktīvu klasēs utt. Portfela izveide tiek panākta, risku samazinot līdz minimumam un maksimāli palielinot plānoto ienesīgumu. Salīdzinot klasisko ( $\mu, \sigma$ ) modeli un ( $\mu, LPM$ ) modeli, jāatzīst, ka modeļi būtiski atšķiras pēc riska mēra un ienesīguma atkarības. ( $\mu, \sigma$ ) modelis nem vērā vidējo kvadrātisko un novirzi, turpretim ( $\mu, LPM$ ) modelis nem vērā arī ekstremālas vērtības.

Ar šiem pašiem ievaddatiem un abu portfeļa modeļu nosacījumiem, kuri atšķiras tikai ar riska mēru, labāku realizācijas sniegumu var izskaidrot tikai ar piemērotāku un precīzāku riska mēra pielāgošanu, tādā veidā definējot portfeli ar visaugstāko ienesīgumu vienai riska vienībai.

Pēdējais solis ir nepārtraukta vajadzību un kapitāla tirgus apstākļu uzraudzība. Viens no uzraudzības procesa elementiem ir portfeļu snieguma novērtējums un salīdzinājums ar politikas ziņojumā definētiem mērķiem.

Ceturtajā nodaļā apskatīta divu portfeļu modeļu ietekme uz portfeļa optimizācijas rezultātiem. Pirmais modelis ir labi pazīstams *Markowitz* portfeļa modelis ar kapitāla piešķiršanu, pamatojoties uz vidējo aritmētisko un standarta novirzi, otrs modelis ir modelis ar kapitāla piešķiršanu, pamatojoties uz vidējo aritmētisko un *LPM*, kurš atšķiras pēc riska izpratnes.

Jau tika minēts, ka *Markowitz* portfeļa modelī investors baidās novirzīties no plānotā ienesīguma, turpretī otrajā pieejā, kura ir balstīta uz *LPM*, investors baidās no ienesīguma zem minimālās pieļaujamās normas (minimālais pieņemamais ienesīgums vai plānotās peļņas līmenis šī pētījuma ietvaros ir noteikts vienāds ar 0%, kas atbilst kapitāla zaudējuma riskam – detalizētāku informāciju sk. *Schmidt-von Rhein* (2004) un *Poddig, Brinkmann un Seiler* (2005)).



### 3. attēls. Empīriskā pētījuma raksturojums (divu modeļu salīdzinājums)

*Informācijas avots: autores veidots attēls.*

Pateicoties salīdzināmībai ar standarta novirzi, otrās pakāpes  $LPM$  izvēlēts no citiem apakšējiem riska mēriem sīkākai izpētei. Galvenos šī empīriskā pētījuma kārtības soļus, kuri aptver  $LPM$  izmantošanu portfelā optimizācijas modeli, iespējams rezumēt, kā parādīts 64. lpp. 3. attēlā.

Turpmākās analīzes mērķi var formulēt šādi: izskaidrot starpību starp portfeliem, kas ir optimizēta ar  $(\mu, \sigma)$  un  $(\mu, LPM_{t,2})$  portfelā modeli, kurš balstās uz attīstīto Eiropas kapitāla tirgus datiem. Pamatojoties uz teorētisko analīzi iepriekšējās daļās, tiek pieņemts, ka starpība starp diviem modeļiem pieauga ar datu sadalījuma funkcijas neatbilstību normālam sadalījumam. Tādēļ pētījumā jāiekļauj jaunattīstības tirgi, kuri parasti uzrāda sadalījuma funkcijas neatbilstību normālam sadalījumam.

Jāuzsver, ka abiem pētījumā izmantotajiem modeļiem ievaddati un pieņēmumi ir vienādi, labāko sniegumu var skaidrot ar piemērotāku un precīzāku riska mēra pielāgošanu. Šie apsvērumi aizved pie nākamā empīriskā pētījuma mērķa: izanalizēt, vai  $(\mu, \sigma)$  portfelā modelis nodrošina labāku vai sliktāku rezultātu salīdzinājumā ar  $(\mu, LPM_{t,2})$  portfelā modeli.

Aktīvu statistiskais kopskaits aptver vairākus Eiropas akciju tirgus. Eiropas akciju tirgus tika izvēlēts tādēļ, ka Latvijas apdrošināšanas sabiedrības apmēram 98% no pieejamā kapitāla investē Eiropas akciju tirgū. Aktīvu statistiskais kopskaits sastāv no 16 nacionālajiem indeksiem, kurus attēlo *MSCI Eiropas akciju indekss* – tas ir brīvā apgrozībā esošo akciju kapitalizācijas tirgus indekss, kas izveidots, lai izmērītu Eiropas attīstīto valstu akciju tirgus sniegumu.

Lai izmantotu plašāku investīciju horizontu un sīkāk salīdzinātu rezultātus jaunattīstības tirgū, papildus tika izvēlēti astoņi indeksi, kurus attēlo *MSCI EM Eiropas, Vidējo Austrumu un Āfrikas indekss*. *MSCI EM* indekss ir brīvā apgrozībā esošo akciju kapitalizācijas tirgus indekss, kas izveidots, lai izmērītu Eiropas, Vidējo Austrumu un Āfrikas jaunattīstības valstu akciju tirgus sniegumu.

Salīdzināšanai nolemts izmantot tikai astoņus attīstīto tirgu statistiskā kopskaita indeksus (tos, kuriem indeksā ir lielāks svars), lai nodrošinātu portfelī vienlīdzīgu aktīvu skaitu. Datus nodrošina *Bloomberg* sistēma, jo tā tiek uzskatīta par galveno jaunāko ziņu un finanšu informācijas avotu, kura piedāvā starptautiskus specializētus ziņu izlaidumus un tirgus datus. Izpētes periods aptver katra indeksa 60 mēnešu datus. Detalizētāki skaidrojumi atrodami *Dorfleitner* (2003).

Tā kā jaunattīstības valstu tirgū un dažu attīstīto valstu tirgū nacionālie indeksi tiek norādīti vietējā valūtā, valūtas risks var būt samazināts, izmantojot valūtas opciju stratēģiju, tomēr šajā gadījumā opcijas izmaksas ir mazāk svarīgas un tiek ignorētas (transakcijas izmaksas arī tiek ignorētas; operācijas ar īstermiņa parāda starpniecību nav iekļautas).

Galvenais mērkis ir izpētīt atšķirības, kuras izraisa izmantotie riska mēri, un tiek pieņemts, ka bezriska procentu likme ir vienāda ar plānoto ienesīgumu vai minimālo peļņu, kas ir vienāda ar nulli.

Aktīvus var aprakstīt ar pirmajiem diviem statistikas momentiem: vidējo aritmētisko un standarta novirzi, bet asimetrija un ekscesa koeficients piedāvā papildu informāciju. Ir acīmredzami, ka investors dos priekšroku investīciju alternatīvām ar augstāku ienesīgumu, mazāku risku, kas izpaužas standarta novirzes (vai *LPM*) veidā, augstāku pozitīvo asimetriju un zemāku ekscesa koeficientu.

Ir vērts apsvērt to, ka aktīvus, kas nepakļaujas normālam sadalijumam, nevar pilnībā aprakstīt ar vidējo aritmētisko un standarta novirzi (klasiskais modelis turpretī nēm vērā šos mērus), bet risinājumu piedāvā *LPM* modelis, kas ievēro arī asimetrijas koeficientu, tādēļ ir būtiski ievaddatu statistiskajā aprakstā apsvērt arī asimetriju. Saskaņā ar *Shapiro* asimetrijas testu (*Shapiro* u. c., 1964) var pazīnot, ka lielākā daļa mēru ir asimetriski ar statistisku nozīmi, kamēr vidējā novirze no normāla sadalijuma ir augstāka jaunattīstības nekā attīstīto valstu tirgos.

Svarīgu informāciju par kapitāla tirgiem sniedz korelācija. Ievaddatu korelācijas analīze apstiprina to, ka jaunattīstības tirgu korelācija un korelācija starp jaunattīstības un attīstītajiem kapitāla tirgiem ir būtiski zemāka nekā starp attīstītajiem kapitāla tirgiem, kā pieņemts iepriekšminētajā aprakstā.

Pirmā mērķa sasniegšanai ir jāizpēta atšķirības starp abu portfeļu modeļu kapitāla piešķiršanu jaunattīstības tirgos un attīstīto valstu kapitāla tirgū. Tādēļ turpmākajā pētījumā noformulēts un apstiprināts šāds apgalvojums: atšķirības kapitāla piešķiršanā ar  $(\mu, \sigma)$  un  $(\mu, LPM_{t,2})$  portfeļa modeli ir visu tipu tirgos un ir augstākas jaunattīstības nekā attīstītos kapitāla tirgos. Teorētiskajā daļā teiks, ka  $(\mu, \sigma)$  un  $(\mu, LPM_{t,2})$  portfeļa modeli ievērojami atšķiras pēc riska un ienesīguma atkarības mērījuma.

Pētījumā izmantota visbiežāk praktizētā prognozēšanas metode – optimizācijas parametru aprēķināšana, pamatojoties uz vēsturiskiem mēriem. Ievadparametri abiem optimizācijas modeļiem tiek aprēķināti no visa izpētes perioda, kas aptver 108 mēnešus, balstoties uz pirmo 60 mēnešu rezultātiem.

Nākamajai optimizācijai šis 60 mēnešu izvērtējuma periods ir pārbīdīts par vienu mēnesi uz priekšu, kamēr process tiek atkārtots 48 reizes, lai aprēķina klūdas ietekmi samazinātu līdz minimumam. Plašāka informācija un skaidrojums par nepieciešamo novērojumu apjomu atrodams *Kroll* un *Levy* (2008) un *Nawrocki* (1991) darbos, kuri piedāvā veikt 40–50 novērojumus.

Nākamajā solī jāizvēlas optimālais ( $\mu$ ,  $\sigma$ ) un ( $\mu$ ,  $LPM_{t,2}$ ) portfelis: portfelis ar visaugstāko ienesīgumu vienai riska vienībai. Tāds portfelis ( $\mu$ ,  $\sigma$ ) modeli tiek aprēķināts, maksimizējot šādu mērķa funkciju, kas izteikta matemātiski (1):

$$\max \frac{\mu_p - r_f}{\sigma_p}, \quad (1)$$

kur

$$\mu_p = \sum_{i=1}^n \mu_i \cdot x_i$$

$r_f$  – bezriska aktīvs

$$\sigma_p^2 = \sum \sum x_i \cdot x_j \cdot \sigma_{ij}^2$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad 1 \geq x_i \geq 0, \quad \text{kur } \forall x_i \ (i \in 1, \dots, n)$$

Tāds portfelis ( $\mu$ ,  $LPM_{t,2}$ ) modeli tiek aprēķināts, maksimizējot šādu mērķa funkciju, kas izteikta matemātiski (2):

$$\max \frac{\mu_p - \tau}{(LPM_{p,(2,\tau)})^{1/2}}, \quad (2)$$

kur

$$\mu_p = \sum_{i=1}^n \mu_i \cdot x_i$$

$\tau$  – definēts nepieciešamā ienesīguma līmenis

$$LPM_{p,(2,\tau)} = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_i \cdot x_j \cdot LPM_{ij,(2,\tau)}$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad 1 \geq x_i \geq 0, \quad \text{kur } \forall x_i \ (i \in 1, \dots, n).$$

Tā rezultātā izveidosies 60 tangenciālie portfelji katram portfeļa tipam (saistībā ar attīstītājiem un jaunattīstības kapitāla tirgiem), izmantojot *MS Excel* programmas standarta optimizācijas funkciju *Solver*.

Lai salidzinātu abu modeļu vidējo portfelu svaru, tiek aprēķināti vidējie ienesīguma un standarta novirzes mēri. Visatšķirīgākie rezultāti konstatēti jaunatības tirgos. 1. un 2. tabulā redzami rezultāti.

1. tabula

### Starpību analīze

<i>Portfelu optimizācijas metode</i>	<i>Portfela ienesīgums, %</i>	<i>Portfela risks, %</i>
<i>Attīstītais tirgus</i>		
Klasiskais portfelis	0,2757	4,2217
LPM portfelis	0,4966	4,1993
<i>Starpība</i>	0,2209	-0,0224
<i>Attīstāmais tirgus</i>		
Klasiskais portfelis	0,5765	4,9716
LPM portfelis	0,7991	3,8865
<i>Starpība</i>	0,2226	-1,0851

*Informācijas avots: autores aprēķins.*

Iegūto rezultātu analīze rāda, ka vidējie portfelu sastāvi atbilst teorētiskās daļas pētījumu rezultātiem. 2. tabulā redzamas svaru atšķirības, kuras eksponē dažādi izmantotie portfeli un riska mērišanas metodes.

2. tabula

### Portfelu svari

<i>Akciju indekss</i>	<i>LPM portfelis, %</i>	<i>Klasiskais portfelis, %</i>	<i>Starpība, %</i>
<i>Attīstītais tirgus</i>			
MSCI France	5	5	0
MSCI Germany	5	5	0
MSCI Switzerland	5	65	60
MSCI UK	5	5	0
MSCI Italy	5	5	0
MSCI Austria	31	5	-26
MSCI Spain	5	5	0
MSCI Sweden	39	5	-34
<i>Attīstāmais tirgus</i>			
MSCI Czech Republic	46	12	-34
MSCI Egypt	5	5	0
MSCI Hungary	5	5	0
MSCI Morocco	24	58	34
MSCI Poland	5	5	0
MSCI Russia	5	5	0
MSCI South Africa	5	5	0
MSCI Turkey	5	5	0

*Informācijas avots: autores aprēķins.*

Ir iespējams apstiprināt iepriekšminēto apgalvojumu, ka atšķirības kapitāla piešķiršanā ar  $(\mu, \sigma)$  un  $(\mu, LPM_{t,2})$  portfēļa modeli ir visu tipu tirgos un ir augstākas jaunattīstības nekā attīstītos kapitāla tirgos. Līdz ar to pirmo mērķi empīriskajā pētījumā var uzskatīt par izpildītu.

Darba teorētiskajā daļā norādīts, ka  $(\mu, LPM_{t,2})$  portfēļa modeli eficiencies robeža atrodas virs  $(\mu, \sigma)$  modeļa robežas, līdz ar to pirmajā modeli sagaidāmais sniegums būs labāks nekā pēdējā. Tomēr tas attiecas tikai uz investoriem, kas saprot risku kā rezultātu zem plānotā ienesīguma līmena. Ar vienādiem investīciju portfēļu optimizācijas modeļu ievaddatiem un citiem pieņēmumiem (atšķirības ir konstatētas riska mēros) labāko iegūto sniegumu var skaidrot tikai ar atbilstošāka un precīzāka riska mēra lietojumu. Tādēļ apgalvojumu, kas jāpierāda, ir iespējams formulēt šādi: gan jaunattīstības, gan attīstītā kapitāla tirgū iegūtais  $(\mu, LPM_{t,2})$  portfēļa modeļa sniegums ir labāks nekā  $(\mu, \sigma)$  portfēļa modeļa sniegums. Pētījuma rezultāti piedāvāti 3. tabulā.

3. tabula

#### Portfēļu snieguma analīze

<i>Portfēļu optimizācijas metode</i>	<i>Sharpe ratio</i>	<i>Sortino ratio</i>
Klasisķais portfelis	0,0653	0,0784
LPM portfelis	0,1183	0,1330
<i>Starpība</i>	0,0530	0,0546
Klasisķais portfelis	0,1160	0,1553
LPM portfelis	0,2056	0,3009
<i>Starpība</i>	0,0897	0,1457

*Informācijas avots: autores aprēķins.*

Integrētais sniegums formulēts, izmantojot tādas attiecības kā *Sharpe ratio* (Sharpe, 1992) un *Sortino ratio* (Sortino un Price, 1994), kur  $\tau = r_{risk-free} = 0$  un mēri ir definēti šādi:

$$\text{Sharp - ratio} = \left( \hat{\bar{r}} - r_{risk-free} \right) / \hat{s}, \quad (3)$$

kur

$\hat{\bar{r}}$  – vidējais ienesīgums;

$r_{risk-free}$  – bezriska aktīvs;

$\hat{s}$  – realizētā standarta novirze.

$$\text{Sortino - ratio} = \left( \hat{r} - \tau \right) / \left( \hat{LPM}_{\tau,2} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (4)$$

kur

$\hat{r}$  – vidējais ienesīgums;

$\tau$  – plānotais ienesīguma līmenis;

$\hat{LPM}_{\tau,2}$  – realizētā standarta novirze (isks tiek mērīts ar  $LPM$ ).

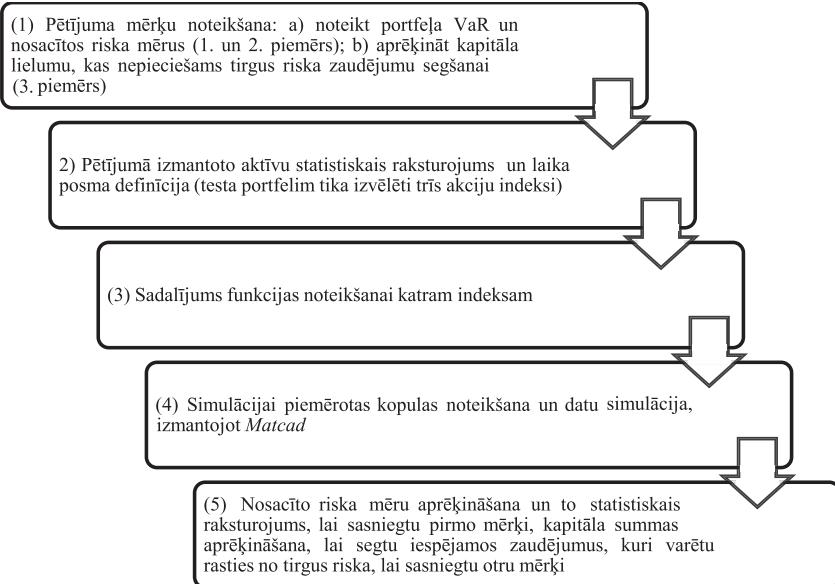
Iespējams konstatēt, ka minēto apgalvojumu var apstiprināt arī simulētajam portfelā sniegumam. Tādējādi portfelā modeļa (kas balstās uz apakšējā riska mēru) realizētais sniegums ir augstāks nekā klasiskajam portfelā modelim, bet atšķirības ir augstākas jaunattīstības nekā attīstītajos kapitāla tirgos. Simulācija pierāda to, ka optimālais variants tiek iegūts, izmantojot ( $\mu$ ,  $LPM_{\tau,2}$ ) portfelā modeli, kas izmanto labāko riska mēru.

Empīriskais pētijums ļauj izdarīt secinājumus un atklāj būtiskas atšķirības starp kapitāla piešķiršanu, izmantojot dažādus portfelu modeļus, kur izpratne par risku ir atšķirīga. Atšķirības rodas, un tās ir augstākas jaunattīstības valstu tirgos nekā attīstīto valstu tirgos. Tādēļ abu riska izpratnes aproksimācija vienā portfelā modelī nav ieteicama.

### *Kopulu pieejas izmantošana investīciju portfelu vadībā*

Investīciju portfelā vadības process ir cieši saistīts ar atbilstošu riska vadību. Nav nekādu šaubu, ka riska modelēšana, novērtējot *riskam pakļauto vērtību* (*Var*), nosacītā riska mērus un kapitāla summu, kura nepieciešama, lai segtu iespējamos zaudējumus, ir jebkuru finansu investīciju noteicošais veiksmes faktors. Labam modelim ir jānodrošina gan elastīgs sadales funkcijas atspoguļojums, gan arī jāuztver nelineārās uzvedības un galējās robežas. Daudzdimensjonālie kopulu modeli ļauj noteikt riska mērus ar vismazāko pārkāpumu skaitu, kā arī ļauj investoriem piešķirt minimālo nepieciešamo kapitālu saskaņā ar “Maksātspējas II” prasībām.

4. attēlā parādīts darba gaitā izmantotais process. Algoritmu ir iespējams atkārtot tik daudz reižu, cik nepieciešams, piemeklējot atbilstošu portfeli ar apmierinošu riska un ienesīguma attiecību, kas pierāda vienu no aprakstītās pieejas galvenajām priekšrocībām.



#### **4. attēls. Riska mēru un kapitāla noteikšana investīciju portfelim – empīriskais pētījums**

*Informācijas avots: autore veidots attēls.*

Turpmākā pētījuma mērkis ir parādīt, kā, pamatojoties uz kopulas pieeju, ir iespējams aprēķināt dažādus riska mērus (it īpaši koncentrējoties uz *VaR* un *nosacīto VaR* mēriem), lai apmierinātu gan iekšējā, gan ārējā riska pārvaldes prasības, pārvaldot akciju portfeli.

Darba trešajā nodaļā apspriesti dažādi riska mēri un to piemērošana, īpašu uzmanību pievēršot *VaR*. Lai gan *VaR* ir ļoti populārs riska mērs, tam ir nevēlamas matemātiskās īpašības, piemēram, subadivitātes un konveksitātes trūkums. Nosacītajam *VaR* ir labākas statistiski matemātiskās īpašības (*Embrechts*, 1999; *Pflug*, 2000). Lai gan šis riska mērs nav kļuvis par standartu finanšu industrijā, tas ir ieguvums apdrošināšanas sabiedrībām (*Embrechts* et al., 1997).

Minētie iemesli, izmantojot kopulas pieeju, ļauj aprēķināt nosacītā riska mērus. Jāuzsver, ka kopulas pieeja ļauj noteikt portfelja riska mēru, neizmantojot dažādu riska mēru summu, jo tas var novest pie nepareiziem aprēķiniem un secinājumiem.

Nosacītais vidējais kvadrātiskais tiek definēts kā

$$\mu_C = E[X / X \leq VaR_X(\alpha)], \quad (5)$$

kur

$X$  – nejauši izvēlēts mainīgais.

Nosacītais  $VaR$  ir nosacītais gaidāmais zaudējums ar nosacījumu, ka tas pārsniedz  $VaR$ :

$$VaR_X(\alpha) = \sup \{x / P(X < x) \leq \alpha\}, \quad (6)$$

kur

$\alpha$  – noteiktā zaudējuma iespējamība.

Papildus izmantoti šādi riska mēri: nosacītās otrās pakāpes centrālais moments, nosacītā asimetrija un nosacītais ekscesa koeficients:

$$\sigma_C^2 = E[(X - E(X))^2 / X \leq VaR_X(\alpha)] \quad (7)$$

$$A_C = \frac{E[(X - E(X))^3 / X \leq VaR_X(\alpha)]}{\sigma_C^3} \quad (8)$$

$$K_C = \frac{E[(X - E(X))^4 / X \leq VaR_X(\alpha)]}{\sigma_C^4} - 3 \quad (9)$$

Piedāvāto modeli var izmantot jebkuram mainīgo skaitam. Tika izveidots mākslīgais testēšanas portfelis, kas sastāv no trīs Eiropas akciju indeksiem. Laika posms ir no 2007. gada jūnija līdz 2009. gada jūnijam (5. attēls).

Tā kā pašreizējā pētījumā netiek izskatīts jautājums par kapitāla piešķiršanu (ģeogrāfiskais sadalījums), nav nepieciešams apspriest nejauši izvēlētos indeksus, kas testēšanas portfeli ietilpst ar šādu svaru:

- 1. indeksa (*Index 1*) svars = 20%,
- 2. indeksa (*Index 2*) svars = 50%,
- 3. indeksa (*Index 3*) svars = 30%.

Korelācijas matrica starp tiem ir šādā formā:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0.889 & 0.951 \\ 0.889 & 1 & 0.846 \\ 0.951 & 0.846 & 1 \end{pmatrix}.$$



#### 5. attēls. Eiropas akciju indeksi

Informācijas avots: Bloomberg.

Aprakstošā indeksu vērtību statistika piedāvāta 4. tabulā.

4. tabula

#### Datu aprakstošā statistika

	1. indekss	2. indekss	3. indekss
Lielums	273	273	273
Vidējais aritmētiskais	0,659	0,551	0,655
Mediāna	0,636	0,466	0,628
Standarta novirze	0,082	0,173	0,081
Asimetrija	0,46	0,73	0,43
Ekscess	-0,99	-1,05	-1,04

Informācijas avots: autores aprēķins.

Marginālais sadalījums definēts ar lognormālu un *Gumbel* (ekstremālas vērtības) sadalījumu. Sadalījums testēts ar *Kolmogorov* testu (5% kritiskā vērtība ir vienāda ar 0,0823). Testēšanas rezultāti parāditi 5. tabulā, kurā redzams, ka visi sadalījumi ir labi piemēroti atrastā modeļa sadalījumam, izņemot marginālo sadalījumu 2. indeksam, bet tas bija vislabākais iespējamais risinājums.

5. tabula

**Sadalījumu noteikšana**

		<i>Sadalījums</i>	<i>Parametri</i>	
1. indekss	<i>Gumbel</i> (ekstremālās vērtības)	$\alpha$	0,655	
		$\beta$	0,089	
		<b>Testa vērtība</b>	0,0763	
2. indekss	<i>Lognormālais</i>	$\mu$	-0,683	
		$\sigma$	0,337	
		<b>Testa vērtība</b>	0,1377	
3. indekss	<i>Gumbel</i> (ekstremālās vērtības)	$\alpha$	0,450	
		$\beta$	0,148	
		<b>Testa vērtība</b>	0,0592	

Informācijas avots: autores aprēķins.

Nākamajā posmā nepieciešams noskaidrot simulācijas algoritmu, kas izmanto kopulu, kuru, pamatojoties uz *Kollo* un *Pettere* (2010) piemēru, ir iespējams formulēt šādi:

1. Atrodiet Cholesky sadališanās  $A$  no  $S_x, AA^T = S_x$
2. Simulējiet p neatkarīgās vērtības no  $N(0,1)$  un no  $p$  vektora  $z$
3. Novietojiet  $\vec{x} = A \cdot z$
4. Simulējiet vērtību  $w$  no  $N(0,1)$
5. Veiciet asimetrijas normālā vektora  $y$  realizāciju, liekot

$$\vec{y} = \begin{cases} \vec{x} & \text{if } \vec{a}^T \vec{x} > w \\ -\vec{x} & \text{if } \vec{a}^T \vec{x} \leq w \end{cases}$$

6. Simulējiet  $h \approx X_v^2$
7. Atrodiet vektoru  $\vec{t} = \frac{\vec{y}}{\sqrt{h/v}}$
8. Novietojiet vektoru  $u$  tā, lai katras koordināte  $u_i = G_{1,v}(t_i, 0, \sigma_i, \alpha_i), i \in [1, \dots, p]$
9. Novietojiet vektoru  $\vec{x} = (F_1^{-1}(u_1), \dots, F_p^{-1}(u_p))$ , kur  $F$  ir sākotnējā nejaušā mainīgā  $X$  marginālā sadalījuma funkcija
10. Atkārtojiet soļus 2 līdz 9 reizes.

Simulācija tika veikta ar Gausa kopulu, asimetrijas normālo kopulu un *asimetrijas t*-kopulu. Formas parametrs  $\alpha_1$  un indeksa parametrs  $\Sigma_1$  asimetrijas normālam sadalījumam un formas parametrs  $\alpha$  un indeksa parametrs  $\Sigma$  *asimetrijas t*-sadālījumam aprēķināti no datiem, izmantojot minētās formulas ar brīvības parametru = 3, jo dati nebija ļoti asimetriski un iepriekšējā analīze parādīja, ka tas dod vislabāko aproksimāciju.

Rezultātā iegūti šādi aprēķini:

$$\hat{\alpha}^T = (15.079 - 3.168 - 7.908); \hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} 6.832 \cdot 10^{-3} & 13 \cdot 10^{-3} & 6.391 \cdot 10^{-3} \\ 13 \cdot 10^{-3} & 30 \cdot 10^{-3} & 12 \cdot 10^{-3} \\ 6.391 \cdot 10^{-3} & 12 \cdot 10^{-3} & 6.631 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix}$$

un

$$\hat{\alpha}^T = (1.625 - 0.713 - 0.840); \hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} 2.277 \cdot 10^{-3} & 4.206 \cdot 10^{-3} & 2.130 \cdot 10^{-3} \\ 4.206 \cdot 10^{-3} & 9.925 \cdot 10^{-3} & 3.958 \cdot 10^{-3} \\ 2.130 \cdot 10^{-3} & 3.958 \cdot 10^{-3} & 2.210 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix}$$

Simulācijas eksperimentā izmantotas *normālas, asimetriski normālas* un *asimetrijas t*-kopulas. Replikāciju skaits – 150. Lai pārbaudītu saistību starp parauga datiem un simulētajiem datiem, katrai koordinātes plaknei izmantota *Genest-Rivest* konstrukcija un salidzināts maksimālais attālums starp iegūtajām viendifensijas sadalījuma funkcijām.

Rezultāti ir parādīti 6. tabulā. *Kolmogorov* testa 5% kritiskā vērtība ir 0,0823.

#### 6. tabula

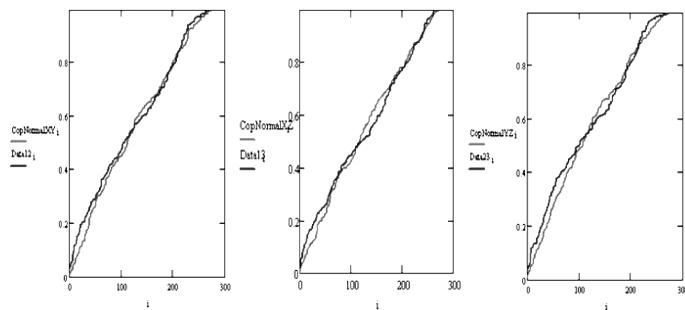
**Aprakstošā statistika (maksimālais attālums starp simulēto un doto datu sadalījuma funkcijām, kuras iegūtas, izmantojot *Genest-Rivest* konstrukciju dažādām kopulām (CN – *Gausa kopula*, CST – *asimetriskā t*-kopula ar brīvības koeficientu = 3, CSN – *asimetriskā normālā kopula*))**

Kopula	XY koordinātu plāksne			XZ koordinātu plāksne			YZ koordinātu plāksne		
	CN	CSN	CST	CN	CSN	CST	NC	SNC	STC
Vidējais aritmētiskais	0,0726	0,0768	0,0780	0,0708	0,0734	0,0745	0,0808	0,0812	0,0822
Standarta novirze	0,0085	0,0092	0,0108	0,0055	0,0061	0,0064	0,0111	0,0116	0,0117
Asimetrija	-0,17	0,38	0,42	-0,3	0,18	0,34	0,16	0,56	1,09

*Informācijas avots: autores aprēķins.*

Simulācijas rezultāti rāda, ka vislabāko aproksimāciju ir iespējams iegūt ar normālo kopulu iepriekš aprakstītajā gadījumā. Simulētajiem normālās kopulas datiem ir ne tikai mazākais attālums starp simulētajiem datiem un dotakiem datiem gandrīz katrā koordinātes plaknē (izņemot XY plakni), bet tiem ir arī vismazākā standarta novirze un asimetrija.

Uzbūvētās viendimensijas sadalījuma funkciju normālās kopulas simulētajiem datiem un katras plaknes datiem ir parādītas 6. attēlā. Tādēļ, tālākai izpētei izvēlēta normālā kopula.



6. attēls. Sadalījumu modelēšana

*Informācijas avots: autores veidots attēls.*

Testēšanas portfelē uzbūves mērķis bija pierādīt, ka, pamatojoties uz simulācijas datiem, ir iespējams noteikt vairākus riska mērus, kaut gan nav nepieciešams izmantot sarežģītus matemātiskos aprēķinus, lai apmierinātu regulatoru prasības un izvēlētos piemērotus riska pārvaldes instrumentus.

7. tabula

#### Nosacīto riska mēru noteikšana portfelim un to statistiskais raksturojums

	Aprakstošā statistika					
	Vidējais aritmētiskais	Standarta novirze	Asimetrija	Ekscess	Procentile 2,5%	Procentile 97,5%
Var (5%)	979,99	9,54	-0,01	0,13	960,15	997,11
<i>Nosacītie riska mēri</i>						
Vidējais aritmētiskais	921,82	8,20	-0,50	0,54	903,54	935,06
Standarta novirze	45,02	5,68	-0,24	0,22	35,01	55,18
Asimetrija	-1,04	0,33	-0,50	0,05	-1,77	-0,52
Ekscess	0,83	1,26	1,21	1,45	-0,81	3,92
Procentile 2,5%	820,70	19,09	0,05	0,08	785,23	854,42
Procentile 97,5%	974,47	8,94	-0,26	-1,76	960,82	984,61

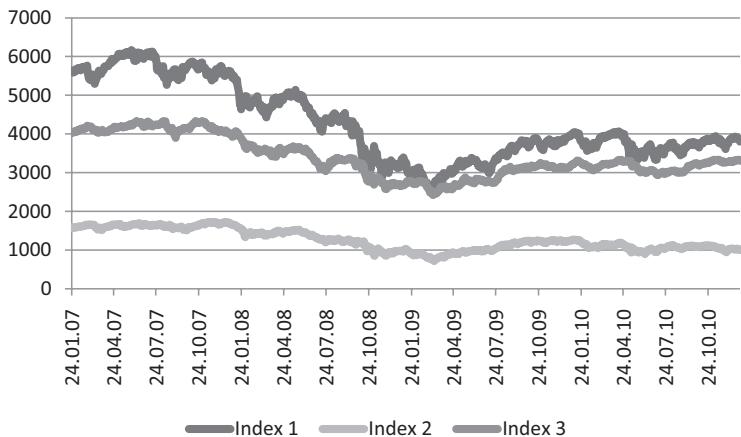
*Informācijas avots: autores aprēķins.*

7. tabulā parādīti testēšanas portfeļa stohastiskā riska mēri un sniegts aprakstošās statistikas raksturojums, kas iegūts pēc 150 replicēšanām. Jāuzsver, ka pašreizējie aprēķini sniedz noteiktās pieejas izmantošanas piemēru praksē (lai parādītu tās priekšrocības pār sarežģītām modelēšanas metodēm), bet tie nepiedāvā nevienu secinājumu par investīcijas vērtību testēšanas portfeļa aktīviem, un tos nevar uzskatīt par investīciju rekomendāciju.

Pamatojoties uz modeli, jāsecina, ka vislabāko aproksimāciju varēja sasniegt ar normālo kopulu aprakstītajā gadījumā, izmantojot akciju indeksus, lai uzbūvētu testēšanas investīciju portfeli. Tādēļ tālākai izpētei izvēlēta normālā kopula, jo simulētajiem normālās kopulas datiem ir ne tikai mazākais attālums starp simulētajiem datiem un dotajiem datiem gandrīz katrā koordinātes plaknē, bet, it īpaši šajā gadījumā, arī vismazākā standarta novirze un asimetrija.

Gausa kopulas modelis (normālās kopulas modelis) ar lielu entuziasmu ticus izmantots finanšu industrijā tā vienkāršības dēļ gan pēdējās finanšu krizes laikā, gan pirms tās. Ir vērts pieminēt vairākus autorus – finanšu sektora guru, kas ir secinājuši, ka Gausa kopulas modelim (normālās kopulas modelis) ir nopietni trūkumi. Uzmanības trūkums attiecībā uz modeļa vājajiem punktiem ir uzskatāms par vienu no minētās krizes iemesliem. Plašāku informāciju sk. *Salmon (2009); Jones (2009); Donnelly un Embrechts (2010)* u. c. darbos.

Tādēļ ir nepieciešams pārveidot testēšanas portfeli bez normālās vai Gausa kopulas. Nēmot vērā pēdējos atklājumus, tika uzbūvēts mākslīgās testēšanas portfelis, kurš sastāv no trīs Eiropas akciju indeksiem, nosakot garāku laika posmu no 2007. gada janvāra līdz 2010. gada janvārim (7. attēls).



7. attēls. Eiropas akciju indeksi

Informācijas avots: Bloomberg.

Lēmums par garāku laika posmu ir izskaidrojams ar vēlmi iekļaut gan krītošos, gan augošos akciju kapitāla tirgus. Indeksa svaru izvēle testēšanas portfeliem bija šāda: 1. indeksa (*Index 1*) svars = 20%, 2. indeksa (*Index 2*) svars = 50% un 3. indeksa (*Index 3*) svars = 30%. Korelācijas matrica starp tiem ir šādā formā:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0.9424 & 0.9680 \\ 0.9424 & 1 & 0.9096 \\ 0.9680 & 0.9096 & 1 \end{pmatrix}$$

Aprakstošā indeksu vērtību statistika piedāvāta 8. tabulā.

8. tabula

#### Datu aprakstošā statistika

	1. indekss	2. indekss	3. indekss
<b>Lielums</b>	777	777	777
<b>Vidējais aritmētiskais</b>	0,8998	0,9004	0,9307
<b>Mediāna</b>	0,8506	0,8834	0,8977
<b>Standarta novirze</b>	0,2394	0,2390	0,1767
<b>Asimetrija</b>	0,4104	0,5533	0,2467
<b>Ekscess</b>	-0,6866	-0,3142	-1,0491

*Informācijas avots: autores aprēķins.*

Marginālais sadalījums tika atrasts ar lognormālu un Gamma sadalījumu. Labākā piemērotība mērita ar *Kolmogorov* testu (5% kritiskā vērtība ir vienāda ar 0,04879).

Testēšanas rezultāti ir parādīti 9. tabulā.

9. tabula

#### Sadalījumu noteikšana

	Sadalījums	Parametri
<b>1. indekss</b>	Gamma	$\alpha$ 12,6219
		$\beta$ 0,0717
		<b>Testa vērtība</b> 0,0457
<b>2. indekss</b>	Lognormālais	$\mu$ -0,1425
		$\sigma$ 0,2734
		<b>Testa vērtība</b> 0,0487
<b>3. indekss</b>	Gamma	$\alpha$ 24,3648
		$\beta$ 0,0383
		<b>Testa vērtība</b> 0,0554

*Informācijas avots: autores aprēķins.*

Simulācija tika veikta ar Gausa kopulu, asimetrisko normālo kopulu un *asimetrisko t*-kopulu. Brīvības pakāpju skaits *asimetrijas t-sadalījumā* tika ņemts 3 un

4, kur abas vērtības uzrādīja līdzigu aproksimāciju. Simulācijas eksperimentā normālas, asimetriski normālas un *asimetrijas t-kopulas* trijnieks tika simulēts, lai modelētu vienotu 3 mainīgo lielumu rādītāju sadalījumu. Replīcēšanas skaits bija 150. Lai pārbaudītu saistību starp parauga datiem un simulētajiem datiem, katrai koordinātes plaknei izmantota *Genest-Rivest* konstrukcija. Rezultāti ir parādīti 10. tabulā.

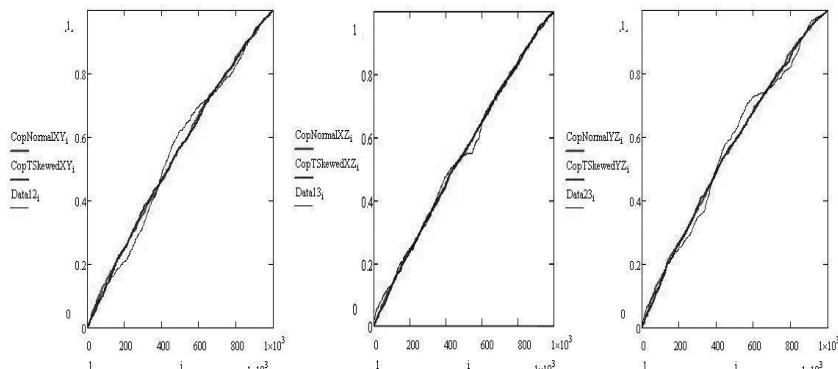
10. tabula

**Aprakstošā statistika (maksimālais attālums starp simulēto un doto datu sadalījuma funkcijām, kuras iegūtas, izmantojot *Genest-Rivest* konstrukciju dažādām kopulām (CS3T – *asimetriskā t-kopula* ar brīvības koeficientu = 3, CS4T – *asimetriskā t-kopula* ar brīvības koeficientu = 4))**

Kopula	XY koordinātu plāksne		XZ koordinātu plāksne		YZ koordinātu plāksne	
	ST3C	ST4C	ST3C	ST4C	ST3C	ST4C
Vidējais aritmētiskais	0,0610	0,0612	0,0533	0,0530	0,0673	0,0670
Standarta novirze	0,0065	0,0065	0,0048	0,0052	0,0075	0,0077
Asimetrija	-0,1493	-0,1300	-0,0735	-0,1864	-0,1284	-0,0356

Informācijas avots: autore aprēķins.

Simulācijas rezultāti rāda, ka vislabāko aproksimāciju sasniedza normālā kopula, tāpat kā iepriekšējā gadījumā, bet, tā kā normālās kopulas izmantošana noved pie nopietnām modelēšanas kļūdām, tālākai izpētei izvēlēta *asimetrijas t-kopula*. Asimetrijas  $t_{4,v}$ -kopula izmantota tādēļ, ka tā dod labākus rezultātus. Jo mazāka ir asimetrijas vērtība, jo koncentrētāki ir dati ap vidējo vērtību. Uzbūvētās viendimensijas sadalījuma funkcijas ir parādītas 8. attelā.



8. attēls. Sadalījumu modelēšana  
Informācijas avots: autore veidots attēls.

11. tabulā parādīti testēšanas portfelja stohastiskā riska mēri un piedāvātas aprakstošās statistikas īpašibas, kuras iegūtas pēc 150 replicēšanām. Jāuzsver, ka pašreizējā izpētē izmantotā metode ļauj apstrādāt daudzus dažādus instrumentus – stohastiskā riska mērus un scenārijus, tādējādi tas var būt atbilstošs apdrošināšanas sabiedrību riska pārvaldes riks.

11. tabula

**Nosacīto riska mēru noteikšana portfelim un to statistiskais raksturojums**

	Aprakstošā statistika					
	Vidējais aritmētiskais	Standarta novirze	Asimetrija	Ekscess	Procentile 2,5%	Procentile 97,5%
<b>Var (5%)</b>	1259	42	-0,69	1,29	1140	1328
<b>Nosacītie riska mēri</b>						
<b>Vidējais aritmētiskais</b>	1043	29	-0,20	-0,64	991	1085
<b>Standarta novirze</b>	178	20	-0,69	1,20	128	220
<b>Asimetrija</b>	-1,20	0,34	-0,08	-0,15	-1,86	-0,58
<b>Ekscess</b>	1,37	1,48	0,78	0,66	-1,07	5,15
<b>Procentile 2,5%</b>	624	91	0,04	0,07	446	811
<b>Procentile 97,5%</b>	1241	24	-0,29	-1,74	1205	1268

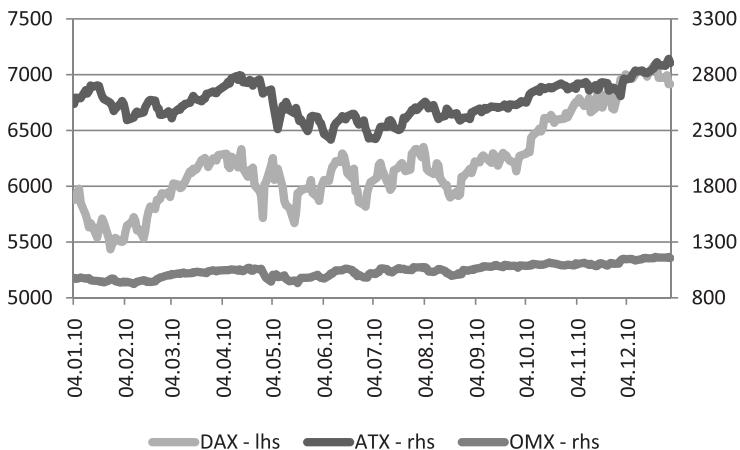
*Informācijas avots: autores aprēķins.*

Tālāk jāņem vērā tas, ka saskaņā ar Eiropas Komisijas izdoto QIS5 Tehnisko specifikāciju apdrošināšanas sabiedrības ir spiestas aprēķināt kapitāla lielumu akciju tirgus riskam, lai nodrošinātu pietiekamu kapitāla daudzumu zaudējuma gadījumā. Riska kapitāls tiek noteikts kā plānoto aktīvu un pasīvu tīrā vērtība akciju vērtības pēkšņa krituma gadījumā.

Lai noteiktu kapitāla apjomu akciju riska segšanai, nemts vērā šāds sadalījums: akcijas tiek sadalītas divās grupās: akcijas reģistrētas biržā regulētos tirgos valstis, kuras ir OECD locekles (“Globālo akciju” kategorija), un citās akcijās (“Citu akciju” kategorija). Akciju vērtību kritumu scenāriji individuālajām kategorijām ir norādīti divējādi: 30% globālo akciju un 40% citu akciju. “Citas akcijas” ietver akcijas, kuras ir reģistrētas biržā jaunattīstības valstu tirgos; akcijas, kuras nav reģistrētas biržās; hedžfondu un jebkuras citas investīcijas, kuras nav iekļautas citur QIS5 Tehniskās specifikācijas tirgus riska modulī.

Pētījuma mērķis ir parādīt, ka kopulas piejas izmantošana akciju cenas prognozēšanā ļauj samazināt kapitāla summu, nodrošinot efektīvu aizsardzību.

Diskusijā par "Maksātspējas II" prasībām saistībā ar riska vadību jau ir minēta kapitāla noteikšanas nepieciešamība, pārvaldot akciju portfeli. Lai gan no pēdējās finanšu krizes apdrošināšanas tirgus cieta mazāk, mediji un tirgus pārstāvji pauða pretrunīgus uzskatus par adekvātu kapitāla summu risku segumam un regulējošajām prasībām saistībā ar šo tēmu. Tā kā jautājums ir īpaši svarīgs, tas nākamajā daļā aptverts tādā apjomā, cik iespējams, izmantojot kopulas pieeju.



9. attēls. Akciju indeksi (DAX – lhs (kreisajā pusē): Vācijas akciju indekss; ATX – rhs (labajā pusē) – Austrijas akciju indekss; OMX – rhs (labajā pusē) – Zviedrijas akciju indekss)

Informācijas avots: Bloomberg; autore veidots attēls.

Tika izveidots trešais māksligais testēšanas portfelis, kurš sastāv no trīs Eiropas akciju kapitāla rādītājiem (9. attēlā aprakstīta indeksa vērtības attīstība), nosakot īslaicīgu laika posmu no 2010. gada janvāra līdz decembrim. Lēmums par viena gada laika posmu ir skaidrojams ar vēlmi testēt modeli reālās pasaules apstākļos: apdrošināšanas sabiedrības nosaka nepieciešamā kapitāla summu, kas segtu tirgus riska zaudējumus vienreiz gadā.

Indeksa svaru izvēle testēšanas portfeliem bija šāda: ATX = 20%, DAX = 50% un OMX = 30%.

Korelācijas matrica starp tiem ir šādā formā:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0.8097 & 0.6498 \\ 0.8097 & 1 & 0.6075 \\ 0.6498 & 0.6075 & 1 \end{pmatrix}$$

Aprakstošā indeksu vērtību statistika piedāvāta 12. tabulā.

12. tabula

<b>Datu aprakstošā statistika</b>			
	ATX	DAX	OMX
<b>Lielums</b>	134	134	134
<b>Vidējais aritmētiskais</b>	1,0567	1,1690	1,2092
<b>Mediāna</b>	1,0513	1,1755	1,2063
<b>Standarta novirze</b>	0,0670	0,0552	0,0461
<b>Asimetrija</b>	0,2789	0,4539	0,7410
<b>Ekscess</b>	-0,9947	1,3315	1,9327

Informācijas avots: autores aprēķins.

Marginālais sadalījums tika noapaļots ar lognormālu un Gamma sadalījumu. Labākā piemērotība tika mērīta ar *Kolmogorov* testu (5% kritiskās vērtības ir vienādi ar 0,175).

Testēšanas rezultāti parādīti 13. tabulā.

13. tabula

<b>Sadalījumu noteikšana</b>			
	<i>Sadalījums</i>	<i>Parametri</i>	
ATX	Gamma	$\alpha$	248,3217
		$\beta$	0,0043
		<b>Testa vērtība</b>	<b>0,0722</b>
DAX	Lognormālais	$\mu$	0,1550
		$\sigma$	0,0472
		<b>Testa vērtība</b>	<b>0,0561</b>
OMX	Gamma	$\alpha$	0,1893
		$\beta$	0,0381
		<b>Testa vērtība</b>	<b>0,08247</b>

Informācijas avots: autores aprēķins.

Simulācija tika veikta ar asimetrisko normālo kopulu un *asimetrisko t*-kopulu. Formas parametrs  $\alpha_1$  un indeksa parametrs  $\Sigma_1$  asimetrijas normālam sadalījumam un formas parametrs  $\alpha$  un indeksa parametrs  $\Sigma$  *asimetrijas t*-sadali-jumam tika aprēķināti no datiem, izmantojot iepriekšminētās formulas ar brīvības parametru = 3, jo dati nebija ļoti asimetriski un iepriekšējā analīze parādīja, ka tas deva vislabāko aproksimāciju.

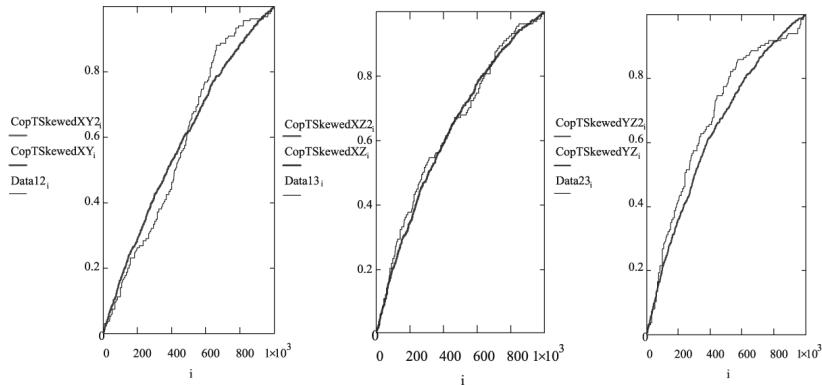
Rezultātā iegūti šādi aprēķini:

$$\hat{a} = \begin{pmatrix} 1.696 * 10^{-3} \\ 9.282 * 10^{-4} \\ -8.83 * 10^{-4} \end{pmatrix} \quad \hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} 1.499 * 10^{-3} & 9.985 * 10^{-4} & 6.701 * 10^{-4} \\ 9.985 * 10^{-4} & 1.015 * 10^{-3} & 5.155 * 10^{-4} \\ 6.701 * 10^{-4} & 5.155 * 10^{-4} & 7.095 * 10^{-4} \end{pmatrix}$$

un

$$\hat{a}_1 = \begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.013 \\ -0.015 \end{pmatrix} \quad \hat{\Sigma}_1 = \begin{pmatrix} 4.497 * 10^{-3} & 2.996 * 10^{-3} & 2.01 * 10^{-3} \\ 2.996 * 10^{-3} & 3.044 * 10^{-3} & 1.546 * 10^{-3} \\ 2.01 * 10^{-3} & 1.546 * 10^{-3} & 2.129 * 10^{-3} \end{pmatrix}$$

Simulācijas rezultāti rāda, ka vislabāko aproksimāciju sasniedza *asimetrijas t*-kopula. *Asimetrijas t3*-kopula tika izmantota tādēļ, ka tā dod labākus rezultātus. Uzbūvētās viendimensijas sadalījuma funkcijas parādītas 10. attēlā.



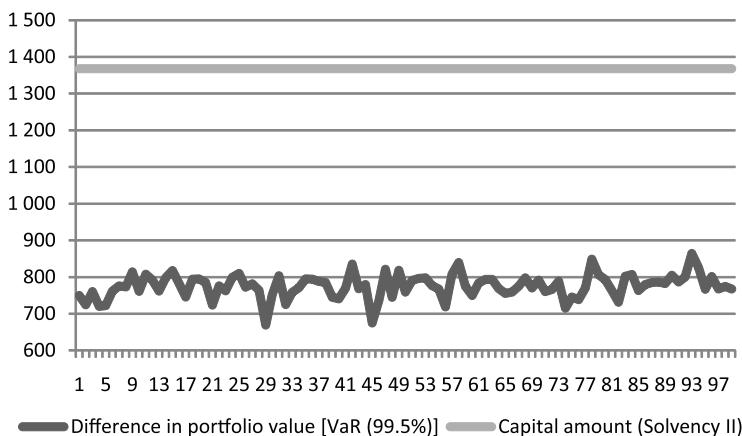
**10. attēls. Sadalījumu modelēšana**

Informācijas avots: autores veidots attēls.

Lai izpildītu otro mērķi saistībā ar nepieciešamā kapitāla summu iespējamo zaudējumu segšanai, kuri varētu rasties no tirgus riska, vajadzīgs salīdzinājums ar faktisko kapitāla summu un summu, kas aprēķināta ar kopulu pieeju.

Faktiskā kapitāla summa portfelim, kurš sastāv no trim akcijām, tika aprēķināta tā, kā paredzēts "Maksātspējas II" standartos (precizākus skaidrojumus iespējams atrast QISS Tehniskajā specifikācijā), un tā bija 1367,93 (gaišākā līnija 11. attēlā).

Prognozējot turpmāko katra indeksa cenu ar *asimetrijas t*-kopulu un nosakot zemāko iespējamo indeksa vērtību (ar 99,5% iespējamību) salīdzinājumā ar faktisko cenu indeksu prognozēšanas perioda sākumā, ir iespējams secināt, ka nepieciešamā kapitāla summa, lai segtu zaudējumus, ir vidēji (pēc 100 replikācijām) apmēram 775,47 (tumšākā līnija 11. attēlā), piedāvājot labāko rezultātu. Tādēļ var uzskatīt, ka šī pētījuma otrs mērķis ir izpildīts.



**11. attēls. Kapitāls zaudējumu segumam (*Difference in portfolio value (VaR (99.5%) – portfelā vērtības maksimālais zaudējums; Capital amount (Solvency II) – kapitāla apjoms, kas paredzēts “Maksātspējas II” standartos)*)**

*Informācijas avots: autores veidots attēls.*

Šajā nodaļā parādīts nosacītā riska mēru un kapitāla summas aprēķināšanas algoritms, kas noteikts, izmantojot kopulu pieju. Var secināt, ka aprakstītā pieeja ir piemērota, lai apmierinātu reglamentējošās prasības un iekšējā riska pārvaldes standartus. Izmantotā kopulas teorija sniedz vienkāršu veidu, kā rīkoties ar citādi sarežģīto daudzpakāpju modelēšanu.

## SECINĀJUMI

Pētījuma galvenais mērķis ir izstrādāt investīciju portfela vadības modeli apdrošināšanas sabiedrībām, kuru īpašumā ir neliels akciju skaits. Izstrādātais modelis ir iekšējais modelis, kas ne tikai apmierina regulatoru prasības un ņem vērā iekšējā riska pārvaldes standartus, bet arī ļauj rīkoties ar citādi sarežģito daudzpunkāju modeļešanu, izmantojot pieejamas standarta programmas.

Nemot vērā faktu, ka tā sauktie "viss vienā risinājumi", piemēram, *Barra, Northfield, Wilshire* (investīciju portfelju vadības programmas), prasa ievērojamus finanšu ieguldījumus un piedāvā kaut ko līdzīgu "melnajai kastei" (tas nozīmē, ka vairāki aprēķina parametri, pieņēmumi un metodes nav pilnībā atklātas un skaidras), nepieciešamība pēc iekšējiem modeļiem klūst arvien svarīgāka.

Disertācijas galvenie rezultāti ir apkopoti šādos secinājumos.

1. Pamatojoties uz Eiropas un Latvijas apdrošināšanas tirgus analizi, ir iespējams secināt, ka Eiropas un Latvijas apdrošināšanas sabiedrības, kuras ir ietekmējis pārdošanas apjomu kritums un izaicinošie tirgus apstākļi, pēdējās pasaules finanšu un ekonomiskās krīzes laikā samazina savu portfelju riskus un atbrīvojas no šaubīgiem biznesa veidiem, kā arī meklē veidus, kā identificēt jaunus finanšu ieņēmumu avotus, kamēr sabiedrības ir spiestas lietderīgi sadalīt kapitālu starp dažādām produktu līnijām un biznesa vienībām.
2. Finanšu krīze akcentēja tādu problēmu, ka apdrošināšanas sabiedrības ir pārāk paļāvušās uz kvantitatīvajiem modeļiem, ārējiem reitingiem un standartiem. Turpinot darbu ar Eiropas vadlīnijām, apdrošināšanas sektorā būtu svarīgi, lai "Maksātspējas II" standarti attiecībā uz riska kapitāla kvantitatīvajām prasībām ietu kopā ar atbilstošu riska pārvaldes infrastruktūru un atbilstošiem kontroles procesiem visos līmeņos. "Maksātspēja II" ne tikai sniedz vadlīnijas un risinājumus, bet arī ļauj izmantot iekšējos modeļus, kas ir gan iespēja, gan izaicinājums apdrošināšanas sabiedrībām.
3. Jaunajām reglamentējošām prasībām (saskaņā ar "Maksātspēju II") būs pozitīva ietekme uz apdrošināšanas industriju (nodrošinot polišu īpašnieku aizsardzību, ko vajadzētu panākt ar apdrošināšanas sabiedrību finansiālā spēka un elastīguma uzlabojumu un veicinot labāku riska pārvaldību, atzīstot riska diversifikācijas un ieguvumus no riska mazināšanas), jo tās nodrošinās finanšu sistēmas stabilitāti un caurskatāmību un tādējādi sniegs ieguldījumu ekonomikas stabilā attīstībā.
4. Tika veikta *Markowitz* investīciju portfela vadišanas tradicionālā modeļa analize, kurā galvenais kritikas punkts ir formulēts šādi:  $(\mu, \sigma)$  lēmuma pieņemšanas princips sakrit ar tādu investoru riska izpratni, kas baidās

nesasniegt plānotā ienesīguma līmeni un nosoda ne tikai ienesīguma negatīvas, bet arī pozitīvas novirzes no vidējās vērtības, kaut gan ienesīguma pozitīvas novirzes no vidējās vērtības būtu jāuzskata par iespēju iegūt papildu peļņu, nevis par risku.

5. Uz esošajiem riska mēriem balstīto portfelja optimizācijas metožu literatūras apskats ļāva klasificēt un salīdzināt trīs galvenās riska noteikšanas pieejas portfelja optimizēšanā: pieeja, kura ir balstīta uz abpusēju riska izpratni; pieeja, kura ir balstīta uz apakšējā riska izpratni; pieeja, kura ir balstīta uz augšējā riska izpratni, piedāvājot pamatu tālākai šī jautājuma izpētei.
6. Portfelja vadība, kura ir balstīta uz apakšējiem riska mēriem (it īpaši  $LPM$ ), piedāvā labāku alternatīvu salīdzinājumā ar klasisko pieeju, jo tā ļauj izmantot riska mērus, kas atbilst investoru vairākuma riska izpratnei (risks kā drauds nesasniegt iepriekš noteikto finanšu mērķi). Jebkurš rezultāts virs šī atskaites punkta neveido finanšu risku un ir uzskatāms par iespēju.
7. Kopulu modeļi ir kļuvuši par galveno modelēšanas un atkarīgo struktūru analizēšanas rīkiem ar nejaušiem mainīgajiem (pretstatā lineārajai korelācijai kopula uztver pilnīgu atkarību struktūru). Tiem veltīta papildu uzmanību finanšu jomā, bet daudzdimensiju modelēšana (arī apskatot asimetriju) ir mazāk populāra zinātniskajos pētījumos.
8. Atšķirības starp  $(\mu, \sigma)$  un  $(\mu, LPM_{t,2})$  portfelja modeļiem pieaug ar sadalījuma neatbilstību normālam sadalījumam, jo tās ir augstākas jaunattīstības valstu tirgos nekā attīstīto valstu tirgos. Tādēļ abu risku apvienošana viena portfelja modeļi nav ieteicama.
9. Sniegums, kuru realizēja  $(\mu, LPM_{t,2})$  modelis, ir labāks nekā  $(\mu, \sigma)$  modeļa sniegums, kur snieguma starpības ir augstākas jaunattīstības valstu tirgos nekā attīstīto valstu tirgū. Realizētā snieguma analīze paskaidro dažādu riska mēru un riska diversifikācijas ietekmes.
10. Kopulu pieeja, kura tiek izmantota, lai noteiktu klasiskos un nosacītos riska mērus un kapitālu, kam jāsedz tirgus riska zaudējumi, apmierina reglamentējošas prasības un iekšējā riska pārvaldes standartus un piedāvā vienkāršu veidu, kā rīkoties ar citādi sarežģīto daudzpakāpju modelēšanu.
11. Šajā pētījumā izmantotā metode ļauj apstrādāt daudzus dažādus instrumentus – stohastiskos riska mērus un scenārijus, lai ierobežotu zaudējumu, un tā ir atbilstošs apdrošināšanas sabiedrību riska pārvaldes rīks.
12. Izmantojot *asimetrisko t-kopulu* un *apakšējos parciālos momentus*, investīciju portfelja pārvaldes procesā izstrādāts iekšējais modelis Latvijas apdrošināšanas sabiedribām.

## PRIEKŠLIKUMI

Izmantojot par pamatu iepriekšminētos secinājumus, iespējams noformulēt priekšlikumus darba rezultātu pielietojumam praksē un pētijumos.

1. Autore rekomendē Latvijas apdrošināšanas sabiedribām, kas pārvalda akciju portfelus, izmantot izstrādāto un aprakstīto modeli kā iekšējo modeli, jo tas ir atbilstošs risku pārvaldes rīks saskaņā ar "Maksātspējas II" reglamentējošām prasībām un kapitāla piešķiršanas paņēmienu. Piedāvātais iekšējais modelis var izmantot ( $\mu$ ,  $LPM_{t,2}$ ) modeli klasiskā ( $\mu$ ,  $\sigma$ ) modeļa vietā un izmantot *asimetrisko t-kopulu* aktīvu cenas prognozēšanai un *VaR* nosacīto riska mēru un kapitāla summas noteikšanai, lai segtu iespējamos tirgus riska zaudējumus.
2. Izstrādātais iekšējais modelis varētu būt interesants Latvijas regulējošām institūcijām apdrošināšanas sektorā sabiedrību biznesa rezultātu novērtēšanai.
3. Autore piedāvā izmantot *asimetrisko t-kopulas* modeli aktīvu cenas prognozēšanai un klasisko un moderno riska mēru noteikšanai, ko var izmantot arī komercbankas un lizinga uzņēmumi, kas pārvalda tirgus risku.
4. Ir ieteicams turpināt pētījumus šajā jomā, lai izpētītu klasiskā snieguma mēru atbilstību aprakstītajam modelim un novērtētu jaunā snieguma mēru tālākās attīstības iespējas saskaņā ar apakšējā riska pieeju. *Sharpe* un *Sortino* koeficienti šajā darbā tika piedāvāti, tomēr netika vērtēta to saistība ar snieguma mēru piemērotību. Diskusijas literatūrā (Schmidt-von Rhein, 2002; Portmann, 2000) atrodamas vairāku vērtējumu pieejas bez skaidriem secinājumiem, tādēļ nav atklājumu vai piedāvājumu, kuri būtu saistīti ar jaunā snieguma mērijumiem.
5. Pētījuma galvenos rezultātus un secinājumus varētu izmantot izglītojošiem mērķiem, lasot lekcijas par portfeļa vadības un riska pārvaldības problēmām universitātes studentiem.

